Adoro Problemas

RIO PREFEITURA
EDUCAÇÃO
MULTIRIO

Adoro Problemas

MULTIRIO - Empresa Municipal de Multimeios Ltda.
Largo dos Leões, 15 • Humaitá • Rio de Janeiro/RJ • Brasil • CEP 22260-210
Tel.: (21) 2976-9432 • Fax: (21) 2535-4424
www.multirio.rj.gov.br • ouvidoria.multirio@rio.rj.gov.br

Apresentação

O fascículo de textos relativos à série *Adoro Problemas* é o segundo de um conjunto de publicações referentes às produções televisivas da MultiRio voltadas ao atendimento de alunos e professores em sala de aula.

A série é composta de dez programas e dirigida a alunos do 3º ao 5º anos. Trata a Matemática de forma lúdica, ao narrar situações do cotidiano vividas pelos irmãos Luísa e Bruno com o primo Guto. A partir das aventuras desse trio inseparável, surgem interessantes desafios a serem resolvidos por meio de conhecimentos matemáticos.

Os textos ora apresentados são fruto do trabalho conjunto da consultora da série e do corpo técnico da MultiRio. Propõem uma abordagem interdisciplinar, permitindo ao professor aprofundar os conceitos-chave e mediar situações criativas e significativas de aprendizagem. Na publicação, encontram-se ainda sugestões de atividades que, certamente, contribuirão para tornar suas aulas mais dinâmicas e enriquecedoras.

Ao utilizar os conteúdos de apoio oferecidos no fascículo *Adoro Problemas,* os professores da Rede podem estimular o interesse dos alunos e proporcionar a todos eles uma oportunidade de saber/fazer Matemática.

Claudia Costin
Secretária Municipal de Educação – SME

Prefácio

A série *Adoro Problemas*, como enfatiza a professora e consultora Katia Nunes, “colabora na construção de uma nova relação de ensino e aprendizagem da Matemática sobre outras bases cognitivas e afetivas. A disciplina, considerada difícil e enigmática, é apresentada aos alunos integrada ao seu cotidiano e a outras áreas do conhecimento, proporcionando oportunidades para a realização de tarefas de natureza exploratória, investigativa, reflexiva e criativa”.

O ensino da Matemática baseado, ao longo dos anos, na memorização e na mera aplicação de técnicas operatórias, trouxe dificuldades na assimilação da matéria que se refletiram no baixo desempenho da maioria dos estudantes nas avaliações escolares.

Hoje, novas diretrizes apontam para uma prática pedagógica que envolva o aluno como co-autor da própria aprendizagem. Nesse sentido, ele deve encontrar em sua sala de aula um ambiente de investigação, reflexão, criação e participação.

Como material de apoio a essa metodologia, a série *Adoro Problemas* informa, desperta a curiosidade e incentiva o debate entre alunos e professores sobre os temas abordados em cada programa. Insere a Matemática em situações do dia a dia e trabalha a disciplina em diálogo com diferentes linguagens, entre elas as artes plásticas, a música, a cartografia e a literatura.

Adoro Problemas torna-se, assim, um instrumento de atualização do professor, possibilita a troca de informações e o compartilhamento de saberes em sala de aula e contribui para a melhoria dos resultados na aprendizagem. Para isso:

- Apresenta diferentes linguagens, recursos e tecnologias para mediar, de forma significativa e contextualizada, o conhecimento matemático;
- Avança no processo transmissão-assimilação, levando ao desenvolvimento de uma série de habilidades e competências, de forma a potencializar o ensino e a aprendizagem;
- Relaciona à cartografia conceitos matemáticos como fração, razão, proporção, números decimais, regra de três, medidas, localização de pontos no plano, semelhança de figuras e o estudo das esferas, entre outros. Dessa forma, demonstra que a linguagem cartográfica é um importante instrumental para leitura, apreensão e representações espaciais, como lateralidade e direção, perspectiva, medidas e distâncias;
- Apresenta a Geometria integrada à Geografia e às Artes Plásticas, por meio da observação e identificação das diversas formas geométricas da natureza, de prédios da cidade, monumentos, quadros e esculturas;

- Remete as atividades de simetria ao desenvolvimento de habilidades espaciais, como a discriminação visual, a percepção de posição e a constância de forma e tamanho. Essas habilidades são importantes, também, para o desenvolvimento de habilidades de leitura e de escrita;
- Confere significado aos temas ao escolher exemplos de fácil entendimento para conceitos mais complexos, como o de que a propriedade de rigidez do triângulo é utilizada em estruturas que dependem de estabilidade – viadutos, pontes, guindastes, telhados, portões e torres de alta tensão;
- Propõe atividades práticas experimentais como a observação de obras de arte e a utilização de palitos de sorvete, do Geoplano, do Tangram e de outros quebra-cabeças para explorar os conceitos de perímetro e área;
- Fala sobre o tempo por meio de objetos relacionados, como relógio de sol, ampulheta, clepsidra, relógio analógico e digital, calendário, mas cita, também, a música, as obras de arte, os livros e a fotografia como registros de estilos de épocas, condições sociais, história da sociedade e de cada indivíduo;
- Estimula a curiosidade ao demonstrar que alguns problemas que envolvem a multiplicação podem ser trabalhados de forma lúdica por meio, por exemplo, da *árvore das possibilidades*;
- Incentiva habilidades manuais como a montagem de quebra-cabeças e a confecção de origamis para o estudo das frações, que será mais bem-sucedido se trabalhado a partir de situações-problema e não por meio da memorização de regras e definições;
- Orienta o aprendizado de números decimais por meio de atividades de pesquisa em materiais diversos: jornais, revistas, encartes de supermercados, folhetos de viagem, receitas culinárias, rótulos de produtos, bulas de remédio, notas fiscais, contas de consumo, planta de apartamentos, etc.;
- Trabalha os conteúdos do tema “tratamento da informação” de forma a possibilitar aos alunos a capacidade de buscar, selecionar, analisar e interpretar informações, de prever situações e, sobretudo, de entender a relação dessas informações com o seu cotidiano. Demonstra a utilização do tratamento de informação nos campos da História, da Geografia, das Ciências e da Educação Física.

Cleide Ramos

Cleide Ramos
Presidente da MultiRio

Sumário

A planta do jardim.. 9
Vistas de objetos, plantas e mapas

O que rola e o que não rola............................. 17
Formas geométricas espaciais

Entrando nos eixos... 23
Simetria

O triângulo das barracas.................................. 29
Triângulos e quadriláteros

A medida da fantasia....................................... 33
Perímetro e área

O tempo não para.. 37
Medidas de tempo

A multiplicação dos sanduíches....................... 41
Multiplicação de números naturais

A horta fracionada... 47
Frações

Decimais na reciclagem.................................... 53
Números decimais

Mundo em gráficos.. 59
Tratamento da informação

A planta do jardim

Vistas de objetos, plantas e mapas

Alberto Jacob Filho

A palavra “cartografia” vem do grego *chartis* = mapa e *graphein* = escrita. É a ciência que trata da concepção, da produção, da difusão, da utilização e do estudo dos mapas. Há também a Cartografia Matemática, que se debruça sobre os aspectos matemáticos ligados à concepção e à construção dos mapas, isto é, das projeções cartográficas. Esse ramo foi desenvolvido após a invenção do cálculo matemático, a partir do final do século XVII, sobretudo por Johann Heinrich Lambert e Joseph Louis Lagrange. Durante o século XIX, destacaram-se os trabalhos relevantes dos matemáticos Carl Friedrich Gauss e Nicolas Auguste Tissot.

Ao representar a forma esférica da Terra em um mapa, o cartógrafo precisa usar uma técnica matemática chamada projeção. Ele pode utilizar, por exemplo, a projeção de Mercator.

Mercator foi um navegador holandês que viveu no século XVI. Ele criou um sistema de projeção de mapas do globo terrestre na forma de cilindro, traçando os meridianos em ângulo reto com os paralelos. É como se o globo estivesse envolvido por um cilindro de papel.

Mapa antigo. Fonte: http://www.asminasgerais.com.br

Os primeiros mapas criados eram imprecisos. Hoje, após várias evoluções tecnológicas, a cartografia é precisa e conta com recursos como fotos aéreas, radares, imagens de satélites, GPS (*Global Positioning System*), entre outros. São dados que chegam com total precisão, cabendo ao cartógrafo interpretá-los e organizá-los de forma científica. Computadores avançados são utilizados nessas operações, oferecendo resultados de grande importância.

Os mapas cartográficos são fontes de informação: auxiliam na agricultura, na previsão do tempo, na construção de rodovias, na aviação, no planejamento ambiental e em vários sistemas de orientação que usamos no dia a dia, como, por exemplo, ao consultarmos um guia de mapas de ruas ou o aparelho de GPS do automóvel.

Mapa de rua, Rio de Janeiro. Fonte: googlemaps

Trabalhar com cartografia na escola não se reduz a pedir aos alunos que copiem e pintem mapas. A linguagem cartográfica deve ser explorada desde o início da escolaridade, por se constituir em um importante instrumento para a leitura, para a apreensão e para a representação do espaço. Ela envolve o desenvolvimento das relações espaciais topológicas (lateralidade e direção), projetivas (perspectiva) e euclidianas (medidas e distâncias), necessárias e fundamentais para a compreensão da representação gráfica.

> Muitos são os conceitos matemáticos relacionados ao estudo da cartografia: fração, razão, proporção, números decimais, regra de três, medidas, localização de pontos no plano, semelhança de figuras e estudo das esferas, entre outros.

Conceitos-chave

Mapa

Representação gráfica no plano, normalmente em escala pequena, isto é, em formato reduzido ou simplificado, dos aspectos geográficos, naturais, culturais e artificiais de uma área.

Mapa do Brasil. Fonte: http://i.s.com.br/images/papershop/cover/img8/21428368_4.jpg

Rosa dos ventos

Instrumento de orientação. Nela, estão representados os pontos cardeais: norte, sul, leste e oeste; e os pontos colaterais: nordeste, sudeste, sudoeste e noroeste. A rosa dos ventos indica a direção que devemos tomar.

Rosa dos ventos

Escala

Relação matemática entre o comprimento ou a distância medida sobre um mapa e sua medida real na superfície terrestre. A escala pode ser representada numericamente e graficamente.

Escala numérica ou fracionária

É expressa por uma fração ordinária ou por uma razão matemática. O numerador corresponde a uma unidade no mapa, enquanto o denominador expressa a medida real da unidade.

> A escala 1:10.000 indica que uma unidade no mapa corresponde a 10 mil unidades na realidade, ou seja, considerando como unidade o centímetro, 1cm (um centímetro) no mapa equivale a 10.000cm (dez mil centímetros) na realidade.

Escala gráfica

Representada por um segmento de reta graduada em uma unidade de medida linear, dividida em partes iguais indicativas da unidade utilizada. A primeira parte, denominada como "talão" ou "escala fracionária", é subdividida de modo a permitir uma avaliação mais detalhada das distâncias ou dimensões no mapa.

A escala gráfica permite transformar dimensões gráficas em dimensões reais sem o uso de cálculos. Para sua construção, entretanto, torna-se necessário o emprego da escala numérica, que consiste nas seguintes operações:

a) marcar no mapa a distância que se pretende medir (pode-se usar compasso ou régua);

b) transportar essa distância para a escala gráfica;

c) ler o resultado obtido.

Planta

Desenho reduzido de um lugar representado em uma visão vertical, de cima para baixo, tendo apenas duas dimensões – comprimento e largura.

Planta do Jardim Botânico do Rio de Janeiro

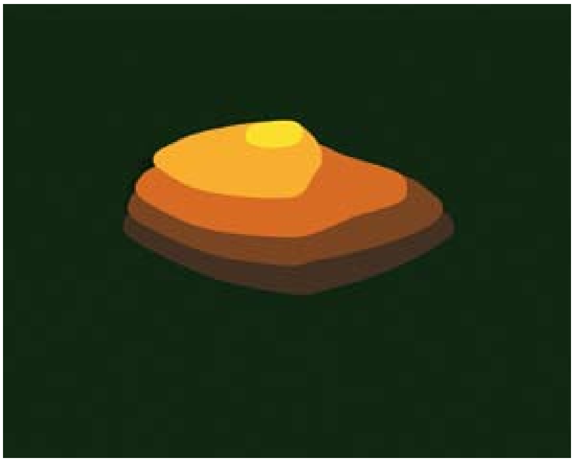
Maquete

Objeto que comporta três dimensões – largura, comprimento e altura. É o espaço real em tamanho reduzido.

Maquete do Estádio João Havelange, Rio de Janeiro.
Foto: Alberto Jacob Filho

A maquete é, ao mesmo tempo, um recurso didático-pedagógico de caráter visual e produto cartográfico que se assemelha ao espaço que representa. Entretanto, não é uma representação completamente fiel desse espaço.

Se estiverem bastante próximas entre si, significa que o declive é, também, bastante acentuado (um pico, por exemplo); já se estiverem distantes, indicam que o declive é suave como uma planície com pequenas elevações.



Perfil topográfico e curvas de nível

Curvas de nível

São modos de se representar graficamente as irregularidades ou o relevo de algum local nas plantas topográficas.

As curvas de nível são sempre paralelas entre si. Uma linha mestra jamais se cruzará com uma intermediária, por exemplo, mesmo que ambas, às vezes, cheguem bastante perto disso. Pela proximidade das linhas, pode-se verificar se o terreno tem um declive muito acentuado ou não.

As curvas de nível não representam somente montanhas ou elevações no terreno. Se em uma planta topográfica com curvas de nível os valores da altitude referentes às curvas centrais forem menores do que aqueles das curvas externas, significa que ali está representada uma depressão.

Matematicamente, uma curva de nível pode ser definida como sendo a curva produzida pela interseção de um plano horizontal com a superfície do terreno.

Cartografia e Matemática: como trabalhar a relação entre essas duas áreas nos 3º, 4º e 5º anos do Ensino Fundamental?

Cena da série *Adoro Problemas*

Nas crianças, o desenvolvimento da noção de espaço acontece de forma progressiva. Para iniciarmos a alfabetização cartográfica, é importante criarmos uma sequência de situações significativas de aprendizagem, utilizando uma grande quantidade de recursos, de modo a desenvolver muitos conceitos importantes.

Atenção, professor!

Veja alguns recursos para trabalhar a cartografia com seus alunos: fotos aéreas, desenhos, obras de arte, papel quadriculado, instrumentos de desenho geométrico, pantógrafo, maquetes, exploração da visão oblíqua e da visão vertical, imagem tridimensional e bidimensional, medida, construção das noções de legenda, escala, proporcionalidade, pontos de referência, plantas, curvas de nível e mapas.

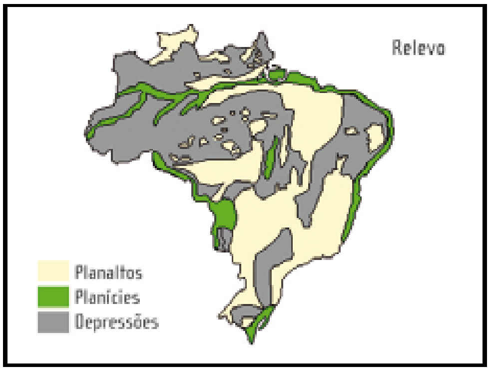
Para ler um mapa, o aluno precisa compreender, primeiramente, que ele reflete representações de espaços vistos de cima. Por isso a importância de iniciarmos todo o trabalho de alfabetização cartográfica explorando vistas de objetos – frontal, lateral e superior.

Como representar fielmente espaços grandes em uma folha de papel

O primeiro passo é diminuir as medidas para que o desenho caiba no papel, lembrando que essas medidas devem ser proporcionais às medidas reais. Isso se faz por meio de uma escala, estabelecendo uma proporção matemática entre a realidade e o mapa, ou seja, determinando, previamente, quantas vezes o mapa é menor do que o espaço desenhado. Nesse momento, é importante trabalhar com os alunos redução e ampliação de figuras no papel quadriculado.

Como representar o relevo em um mapa

Na representação do relevo, é preciso desenvolver um trabalho com curvas de nível para identificar e unir todos os pontos de um determinado lugar e de altitude igual. Geralmente, em uma planta topográfica, usa-se como referência a altura média do mar para se traçarem as curvas de nível chamadas de "mestras", que são representadas por traços mais grossos. Podem-se utilizar, também, as linhas chamadas de auxiliares ou intermediárias para facilitar a leitura da planta topográfica. Todas as curvas apresentam a altura em que se situam.



Mapa de relevo. Fonte: www.riogrande.com.br/Clipart/mapasbr/RELEVO.BMP

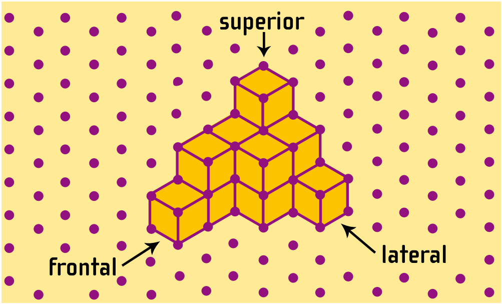
Para usar em sala de aula

1) Vista de objetos

a) Reunir diferentes objetos e pedir aos alunos que desenhem as vistas de cada um desses objetos;

b) Apresentar peças feitas com cubos de papel ou cubos de outro material e sugerir que representem no papel quadriculado as vistas das mesmas. Finalmente, oferecer peças desenhadas em papel quadriculado para que os alunos representem as vistas de cada uma;

c) Apresentar uma figura desenhada no papel quadriculado e, a seguir, uma ampliação e uma redução dessa figura.



2) Mapa do tesouro

Por meio da criação de um mapa simples, os alunos vão descobrir onde está escondido um tesouro, seguindo as pistas e observando os pontos de referência. Aqui não há rigor, não há preocupação com o uso da escala. Primeiro, os alunos podem ler o mapa e, depois, criar o seu próprio.

3) Leitura de um mapa simples

Pode ser, por exemplo, o do quarteirão da escola, que inclua uma legenda (sistema de símbolos e cores usados em mapas). A atividade proposta será localizar ou identificar um determinado espaço ali retratado.

4) Utilização de escala gráfica

Os mapas informam distâncias entre lugares. Pode-se pedir aos alunos para localizar duas cidades e depois medir no mapa a distância entre elas. Eles deverão observar a escala desenhada, conseguindo, assim, calcular a distância real entre as duas cidades.

5) Dobradura

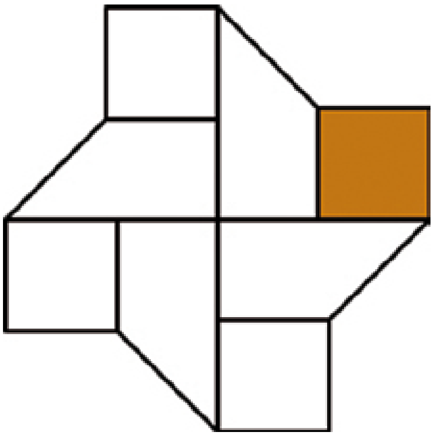
Fazer uma dobradura da rosa dos ventos e explicar sua função nos mapas.

6) Construção de maquetes

Construir uma maquete, primeiro livremente, utilizando apenas a observação e comparando visualmente os tamanhos para representá-los. O principal objetivo do trabalho, nesse momento, é explorar a vista vertical, por isso não é preciso construí-la em escala. Pode-se utilizar uma caixa de sapato e representar a sala de aula, a quadra de esportes ou qualquer outro espaço da escola. Depois, com papel celofane e caneta apropriada, os alunos podem observar a vista superior e criar sua planta.

7) Ampliação de imagens

Ampliar a obra *Plano em Superfícies Moduladas Nº 3*, de Lygia Clark, fazendo referência à escala utilizada.



Lygia Clark, *Plano em Superfícies Moduladas Nº 3*, 1957, tinta industrial sobre aglomerado. Fonte: livro *Tecendo Matemática com Arte (2)*

8) Morro de argila

Para a compreensão do conceito, o professor constrói com os alunos um “morro de argila” e o fatia. Cada parte fatiada será utilizada para se traçar a curva correspondente.

9) Mapa do Rio

A partir de um mapa do município do Rio de Janeiro, o aluno pode observar a legenda, a escala empregada e a rosa dos ventos.

Desafio aos alunos!

Qual o menor número de cores usadas para colorir qualquer mapa se as regiões vizinhas têm que ter cores diferentes?

O que rola e o que não rola

Formas geométricas espaciais

Alberto Jacob Filho

O mundo está repleto de formas planas e espaciais e, para interpretá-las, é preciso conhecer a Geometria, a área da Matemática que estuda todas essas formas e que se constitui em um campo fértil para um ensino baseado na exploração e na investigação.

O trabalho com sólidos geométricos nas séries iniciais do Ensino Fundamental deve ultrapassar a simples memorização de nomes e características das figuras espaciais. O aluno precisa vivenciar diferentes situações para desenvolver uma série de habilidades e competências, de forma a potencializar o ensino e a aprendizagem da Geometria. É o momento em que ele vai montar, desmontar e manipular objetos variados, comparar formas, dobrar, recortar e explorar blocos de construções e caixas para, progressivamente, perceber as semelhanças e as diferenças entre os diferentes sólidos geométricos.

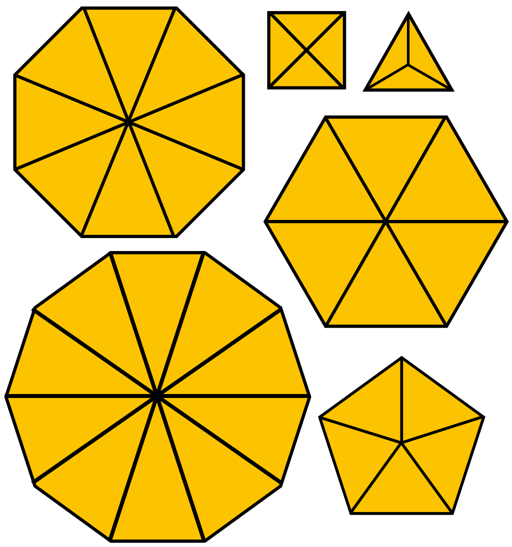
E por falar em Geometria...

Além de conectada a outros campos da Matemática, como a Aritmética e a Álgebra, a Geometria está integrada, também, à Geografia, às Artes Plásticas e a outras áreas do conhecimento.

Conceitos-chave

Poliedros

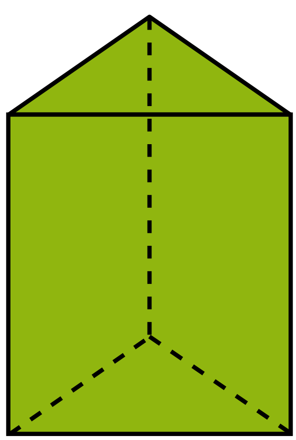
Poli = "muitas" e edro = "faces". São os sólidos geométricos que têm todas as faces planas.



Poliedros

Prisma

Figura geométrica espacial limitada por dois polígonos congruentes (as bases) e por faces laterais que são paralelogramos. Quando essas faces laterais são retangulares, o prisma é denominado reto.

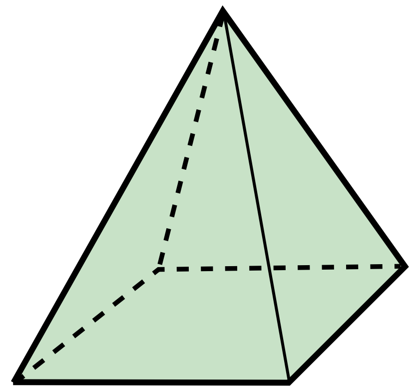


Prisma

Obs.: no Ensino Fundamental, só trabalhamos com os prismas retos.

Pirâmide

Poliedro cuja base é um polígono qualquer e cujas faces laterais são triângulos que têm um vértice comum. Uma pirâmide recebe o nome de triangular, quadrangular, pentagonal ou outro, de acordo com o formato da base: triângulo, quadrilátero, pentágono ou outro.



Pirâmide

Para usar em sala de aula

1) Distinção de figuras

Distinguir figuras planas de figuras espaciais.

2) Observação de formas

Observar variadas formas tridimensionais presentes na natureza e em diferentes objetos e monumentos. Como, por exemplo, a Pirâmide de Quéops. Situada no Egito e também conhecida como a Grande Pirâmide, ela é o monumento mais pesado construído pelo homem. Outra sugestão é o Museu do Louvre, em Paris.

Pirâmide de Quéops. Fonte: site Webshots

A Pirâmide de Quéops possui, aproximadamente, 2,3 milhões de blocos de rocha, cada um pesando 2,5 toneladas, em média. Mede 140 metros de altura.

3) Identificação de sólidos

Identificar sólidos no espaço urbano e visualizar, em um passeio virtual pelo Rio de Janeiro, prédios com diferentes formas, destacando as obras do arquiteto Oscar Niemeyer.

4) Manuseio de embalagens

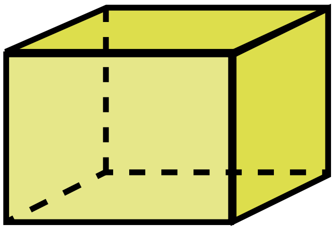
Manusear diversos tipos de embalagens de produtos e agrupá-las de acordo com diferentes critérios. Terminar a atividade construindo brinquedos com as embalagens utilizadas.

5) Exploração de objetos

Explorar características dos corpos redondos (que rolam) e não redondos (que não rolam). Estes últimos são chamados poliedros. Os alunos vão perceber que poliedros apresentam apenas faces planas, enquanto corpos redondos apresentam pelo menos uma face não plana. Identificar o número de faces planas e não planas.

6) Construção de sólidos

Criar sólidos com massa de modelar ou argila, e reconhecer diferenças e semelhanças entre corpos redondos (esfera, cone e cilindro) e diferenças e semelhanças entre poliedros (prismas e pirâmides). Comparar os sólidos geométricos dois a dois, construindo uma tabela em que são destacadas as semelhanças e as diferenças observadas entre cone e cilindro; cone e pirâmide; cilindro e paralelepípedo; paralelepípedo e pirâmide; e paralelepípedo e cubo.



Paralelepípedo

7) Distinção de elementos

Distinguir os elementos dos poliedros (faces, vértices e arestas) e o número de cada um deles. Identificar as faces paralelas (faces opostas) em um cubo.

8) Planificação de sólidos

Planificar os sólidos e as embalagens de produtos que lembrem esses sólidos, observando as formas planas que os compõem. Os alunos devem escrever um texto informativo com o título “Descobertas sobre o cubo”.

9) Visualização de sólidos

Visualizar os sólidos correspondentes às planificações dadas pelo professor.

10) Observação de padrões e regularidades

Os alunos devem perceber as relações numéricas que ocorrem entre os vértices (V), as faces (F) e as arestas (A) dos poliedros. Por exemplo: nas pirâmides, se a base tem n lados, há n + 1 vértices, e o número de faces é sempre igual ao número de vértices.

É importante que os alunos observem, a partir da Fórmula de Euler: $V + F = A + 2$, a relação existente entre os poliedros convexos. Euler foi um matemático suíço que viveu entre 1707 e 1783.

11) Utilização de *softwares*

Trabalhar com *softwares* educacionais que usem a Geometria Dinâmica (Wingeon, Calques 3D).

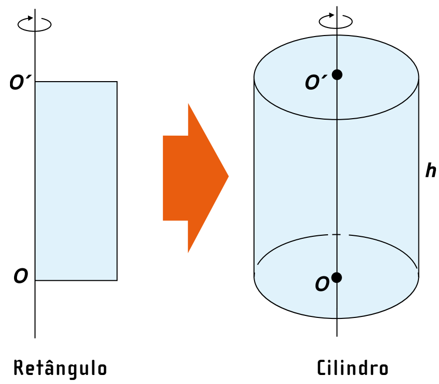
12) Criação de dobraduras de papel

Com as dobraduras, explorar plano-espaço.

13) Exploração de sólidos de revolução

O movimento de figuras no espaço gera corpos. Esse movimento particular recebe o nome de revolução, e os corpos por ele gerados são chamados “corpos de revolução”.

Podemos visualizar um cone a partir da rotação de um triângulo construído com cartolina e preso a uma vareta; visualizar um cilindro a partir de um retângulo, fazendo-o girar uma volta inteira sobre um de seus lados. E, ainda, visualizar uma esfera fazendo-se a rotação completa de um semicírculo sobre seu diâmetro.



14) Identificação de sólidos

Trabalhar com a obra *Composição,* do artista plástico Milton Dacosta.

Milton Dacosta, *Composição,* 1942, óleo sobre tela.
Fonte: site www.itaucultural.org.br

15) Exploração de esculturas dos artistas

- **Frans Krajcberg** (1921)

Artista polonês que engloba em seus trabalhos arte e meio ambiente, chamando atenção para o problema do desmatamento excessivo e da destruição de nossas florestas. Suas enormes esculturas são feitas a partir de troncos de árvores que foram queimadas.

Frans Krajcberg, *Flor do Mangue,* 1965, madeira.
Fonte: livro *Tecendo Matemática com Arte (2)*

> *A maneira que encontrei de exprimir minha indignação foi transformar em arte os restos mortais da natureza que o homem violentou, levando cinzas, árvores tornadas carvão, cipós retorcidos e raízes extirpadas de seus chãos às galerias e aos museus de arte do mundo.*
>
> Krajcberg

- **Luiz Sacilotto** (1924-2003)

Participou do Movimento Concretista Brasileiro. No Concretismo, as obras têm formas geométricas e suas cores funcionam como elementos visuais ou táteis. Esse importante artista foi pioneiro no âmbito da tridimensionalidade, ao desdobrar o plano no espaço.

Luiz Sacilotto, *Concreção 5816,* escultura em latão polido. Fonte: livro *Descobrindo Matemática na Arte (3)* e site www.sacilotto.com.br

Suas esculturas, construídas a partir de uma figura geométrica plana, apresentam cortes e dobras que se transformam em formas tridimensionais. É dele a frase “A Geometria é a minha paixão”.

Luiz Sacilotto, *Concreção 5839,* alumínio pintado. Fonte: livro *Descobrindo Matemática na Arte (3)* e site www.sacilotto.com.br

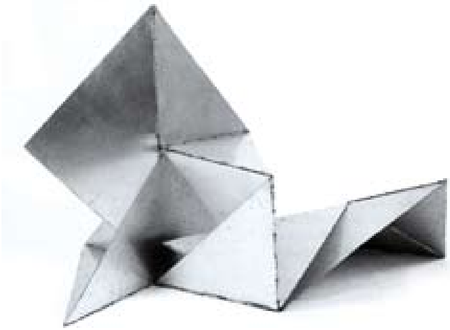
• **Amílcar de Castro** (1920-2003)

Durante toda a sua trajetória artística, Amílcar trabalhou com a redescoberta da tridimensionalidade pela simples dobra da superfície bidimensional. O ponto de partida é um desenho no plano que o artista recorta e dobra, surgindo, assim, a terceira dimensão.

Amílcar de Castro, *Carranca,* 1978, aço corten. Fonte*:* livro *Tecendo Matemática com Arte (2)*

• **Lygia Clark** (1920-1988)

Em 1960, iniciou a famosa série *Bichos*, constituída por placas de metal polido e articuladas por dobradiças. O “bicho” se transforma à medida que o movimentamos, em um gesto contínuo de recriação. A série revolucionou os conceitos estabelecidos por oferecer ao público, pela primeira vez, a oportunidade de modificar uma obra de arte, dividindo sua autoria com a artista.



Lygia Clark, *Bicho,* 1960, alumínio. Fonte: livro *Tecendo Matemática com Arte (2)*

16) Criação de esculturas

Propor que os alunos observem as obras de Amílcar de Castro e Luiz Sacilotto e criem uma escultura, partindo de uma figura plana e fazendo recortes e dobras.

17) Montagem com papel

Sugerir que os alunos montem com cartolina e *contact* uma obra da série *Bichos*, da artista Lygia Clark.

18) Jogo da memória

Para fixar os conceitos trabalhados, o aluno deve criar um tipo de jogo da memória. Em uma ficha, desenhará um sólido e, em outra, que fará par com ela, a planificação desse sólido, seu número de vértices ou, ainda, seu nome.

Ninguém ama o que não conhece. Esse pensamento explica por que tantos alunos não gostam de Matemática. Se a eles não foi dado conhecer a Matemática, como podem vir a admirá-la?

(Lorenzato, *Manipulando Ideias Matemáticas)*

Entrando nos eixos

Simetria

Alberto Jacob Filho

A simetria está presente na natureza e no cotidiano, nas obras de arte, na arquitetura, nas flores, nas folhas, nos logotipos, no artesanato, nos vitrais e também na Matemática. Esse conceito remete à ideia de equilíbrio e de proporção, de padrão e de regularidade, de harmonia e de beleza, de ordem e de perfeição. Um exemplo de simetria encontrada na natureza são as asas de uma borboleta.

As atividades de simetria colaboram no desenvolvimento de habilidades espaciais como a discriminação visual, a percepção de posição e a constância de forma e de tamanho, ou seja, a percepção de que a forma de uma figura não depende de seu tamanho ou de sua posição. Essas habilidades são importantes não apenas para o aprendizado de Geometria, mas também para o desenvolvimento de habilidades de leitura e de escrita.

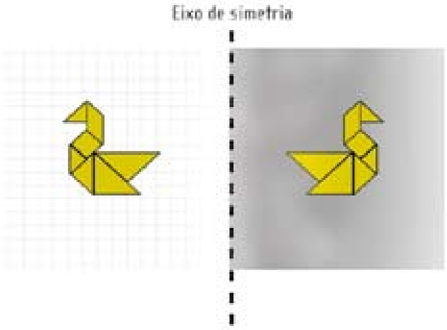
Duas figuras são consideradas simétricas quando obtidas por meio de reflexão, de rotação ou de translação. As figuras simétricas têm a mesma forma e o mesmo tamanho, mas nem sempre estão na mesma posição.

Exemplo de simetria. Fonte: Wikicommons, Derek Ramsey

Conceitos-chave

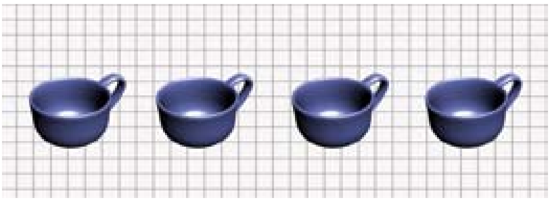
Simetria de reflexão

Neste tipo de simetria, observamos um eixo que poderá estar na figura ou fora dela e que serve de espelho que reflete a imagem da figura desenhada. Esse eixo é chamado de eixo de simetria.



Simetria de translação

A figura "desliza" sobre uma reta, mantendo-se inalterada.



Simetria de rotação

A figura gira por inteiro em torno de um ponto que pode estar nela ou fora dela, sendo que cada ponto dessa figura percorre um ângulo com vértice naquele primeiro ponto.

Para usar em sala de aula

1) Identificação de simetria

Identificar simetria em figuras tridimensionais contidas em obras arquitetônicas e esculturas, como o Arco do Triunfo, na França; o Taj Mahal, na Índia; e prédios e monumentos no Rio de Janeiro.

Taj Mahal. Fonte: Wikicommons, J. A. Knudsen

Arco do Triunfo. Fonte: Wikicommons, Benh Lieu Song

2) Descoberta de eixos de simetria

Descobrir eixos de simetria em figuras geométricas como quadrados, diferentes tipos de triângulos, retângulos, hexágonos, etc. Nesse caso, o eixo de simetria divide a figura em duas partes que coincidem por superposição.

3) Exploração de simetria

Explorar a simetria em relação a uma reta quando o eixo de simetria está fora da figura. Aqui, duas figuras são simétricas em relação a uma reta se podem ser superpostas exatamente e com uma única dobra ao longo dessa reta.

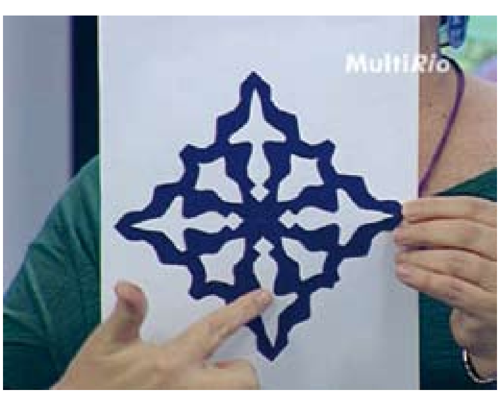
4) Construção de pipa

Construir com os alunos uma pipa e levá-los a perceber a necessidade de ela ser simétrica para que possa ter equilíbrio. Lembrar os cuidados que devemos ter ao empinar uma pipa: longe da rede elétrica e sem utilizar cerol.

Pipa

5) Toalha rendada

Descobrir simetria em toalhas rendadas, feitas a partir de dobraduras de papel e recortes.



Toalha rendada. Fonte: Curso Por Dentro dos Meios

6) Pesquisa

Pesquisar em jornais e revistas figuras que apresentem simetria de reflexão. Com o espelho, descobrir os eixos de simetria nessas figuras.

7) Movimento de translação

Criar uma faixa que contenha o movimento de translação – basta usar uma tira de papel, dobrá-la como uma sanfona e recortar.

8) Descoberta de simétricos

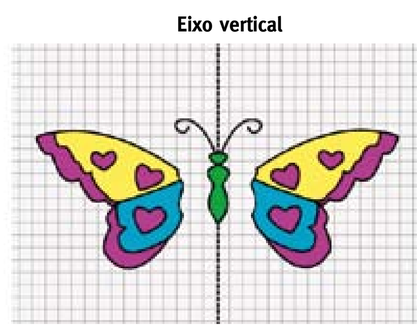
Em um papel quadriculado, marcar os pontos A, B e C. Em seguida, descobrir os simétricos A’, B’ e C’ desses pontos. Para isso, o aluno deverá contar o número de quadradinhos e perceber que a distância do ponto A ao eixo de simetria é igual à distância do A’ ao eixo, o mesmo ocorrendo com os outros pontos.

9) Criação de faixa decorativa

Usar papel quadriculado para criar uma faixa que contenha o movimento de translação.

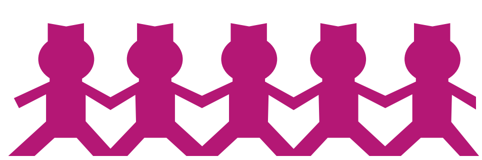
10) Figuras simétricas

Utilizar papel quadriculado para obter figuras simétricas (reflexão) em relação aos eixos horizontal e vertical.



11) Figura geradora

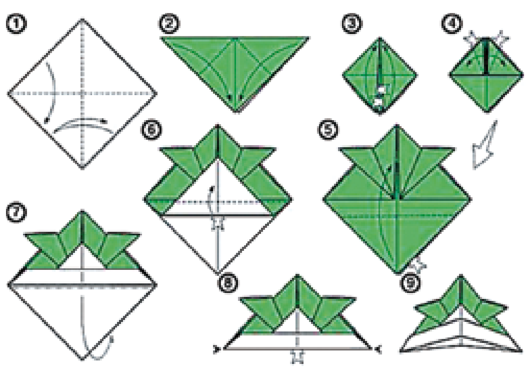
A partir de uma figura chamada de geradora e de outras geradas a partir dela, o aluno descobre como utilizar o espelho nessa atividade.



12) Dobradura do kabuto

Para tentar recriar o elmo usado pelos antigos samurais, as crianças do Japão fazem, com uma folha de papel, “capacetes” que imitam seu formato e seu estilo. Esse origami leva o mesmo nome da armadura original.

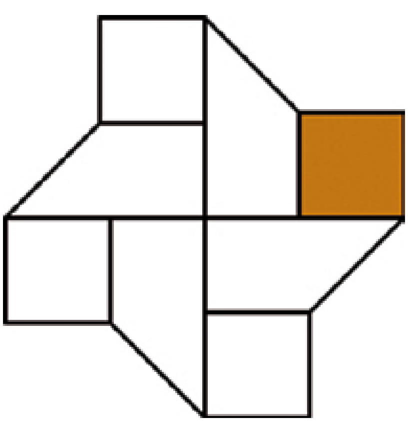
Ao construir esse chapéu usando dobradura de papel, o aluno terá diversas oportunidades de trabalhar com simetria (reflexão).



kabuto

13) Simetria

a) Trabalhar o conceito de simetria na obra *Planos em Superfícies Moduladas Nº 3*, da artista plástica mineira Lygia Clark.



Lygia Clark, *Plano em Superfície Modulada Nº 3*, 1957, tinta industrial sobre aglomerado. Fonte: livro T*ecendo Matemática com Arte (2)*

b) Reproduzir o quadro de Lygia Clark, observando que nele não há simetria por reflexão. Recortar a obra a partir dos segmentos que unem os pontos médios dos lados opostos, obtendo, assim, quatro quadrados. Com essas figuras, surgem possibilidades variadas de composições. Montar, então, outro quadro que tenha um eixo de simetria.

c) Refazer a atividade anterior montando, agora, um quadro com dois ou mais eixos de simetria. Reproduzir em papel quadriculado. No final, dar um título para a nova obra.

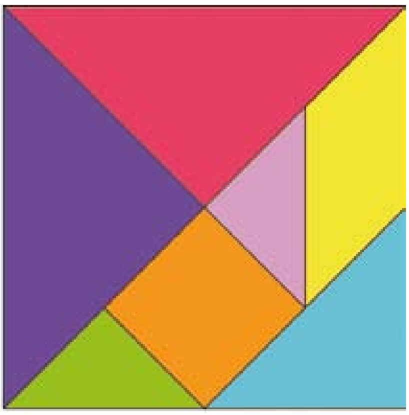
d) Reproduzir novamente o quadro de Lygia Clark. Recortá-lo, obtendo um quebra-cabeça formado por 12 peças, sendo quatro quadrados e oito trapézios. Inicialmente, sobrepor as peças e verificar que todos os quadrados e todos os trapézios são congruentes. Quantos eixos de simetria tem o quadrado? Há simetria no trapézio? Montar, agora, uma figura com as 12 peças de modo que a mesma tenha dois eixos de simetria. Reproduzir a solução em papel quadriculado.

14) Pesquisa

Pesquisar obras simétricas de outros artistas plásticos, como Milton Dacosta.

Milton Dacosta, *Figura com Chapéu*, 1957, óleo sobre tela. Fonte: site www.itaucultural.org.br

Tangram é um quebra-cabeça chinês formado 5 triângulos, 1 quadrado e 1 paralelogramo.

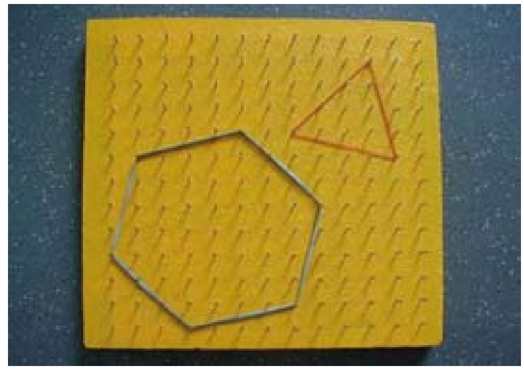


Tangram

15) Trabalhar com Tangram

Obter figuras simétricas de figuras construídas com as sete peças do Tangram.

O Geoplano, elaborado pelo matemático Caleb Gattegno, é um material para explorar problemas geométricos. Existem vários tipos de Geoplano, porém o mais comum tem uma base de madeira na qual são dispostos pregos que formam uma malha quadriculada. Ele vem acompanhado de elásticos coloridos que permitem criar diferentes figuras sobre a placa. O Geoplano torna a atividade bem mais dinâmica e flexível do que se fosse feita com uma folha de papel.



Geoplano. Fonte: http://www.diaadia.pr.gov.br

16) Trabalhar com Geoplano

Utilizar o Geoplano e elásticos coloridos para trabalhar com os conceitos de reflexão e translação.

Maurits Cornelis Escher (1898-1972), foi um artista holandês que estudou a arte e a cultura árabes e suas propriedades geométricas. Os mosaicos árabes estavam repletos de simetrias e padrões de repetição, mas se limitavam a figuras de formas abstrato-geométricas. Para criar suas obras, Escher expandiu essas formas, usando como elemento padrão figuras concretas, perceptíveis e existentes na natureza, como peixes, aves, répteis, etc. Seus mosaicos são pura simetria.

M.C. Escher, *O Sol e a Lua*, 1948, xilogravura. Fonte: livro *Fazendo Arte com a Matemática* (1)

17) Trabalhar com mosaicos

Trabalhar com os mosaicos árabes e com os mosaicos escherianos.

O triângulo das barracas

Triângulos e quadriláteros

Alberto Jacob Filho

Triângulos e quadriláteros estão em todos os lugares, em diferentes objetos, estruturas e obras de arte. O italiano Alfredo Volpi (1896-1988), que chegou ao Brasil com 1 ano de idade, foi um dos artistas que mais utilizou esses polígonos em seus trabalhos.

Das primeiras obras figurativas (retratavam a vida da forma como a vemos), ele passou, ao final da década de 1940, a criar formas mais simplificadas e geométricas, distanciando-se da função de representação da realidade natural. Aos poucos, Volpi transformou portas e janelas em incisões retangulares. Pelas suas mãos, triângulos, losangos e outras formas geométricas tornaram-se barcos, mastros, casas, brinquedos... e as famosas bandeirinhas, como na obra abaixo, em que utilizou apenas triângulos.

Alfredo Volpi, *Cata-vento,* meados da década de 1950, têmpera sobre tela. Fonte: livro *Tecendo Matemática com Arte (2)*

Conceitos-chave

Polígono
Do grego “poli” (muitos) + “gonos” (ângulos).

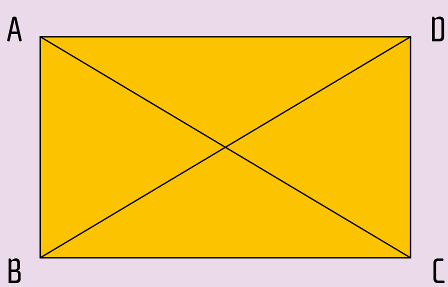
Triângulo
Polígono de três lados. O triângulo tem três vértices, três lados e três ângulos. Pode ser classificado:

a) Quanto ao número de lados
- Equilátero: os três lados têm medidas iguais.
- Isósceles: dois lados têm a mesma medida.
- Escaleno: os três lados têm medidas diferentes.

b) Quanto às medidas de seus ângulos
- Retângulo: tem um ângulo reto (90º).
- Obtusângulo: tem um ângulo maior que o reto (obtuso).
- Acutângulo: tem dois ângulos menores que o reto (agudo).

c) Quanto ao número de eixos de simetria
- Escaleno: sem eixo de simetria.
- Isósceles: tem apenas um eixo de simetria.
- Equilátero: tem três eixos.

Atenção!
Qualquer polígono pode ser decomposto em triângulos; é só traçar algumas diagonais.

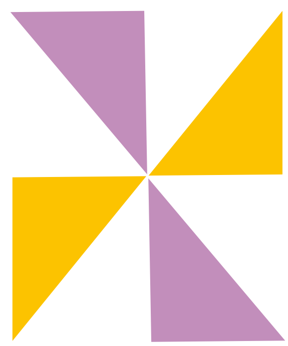


Quadrilátero
Polígono de quatro lados. O quadrilátero tem quatro vértices, quatro lados e quatro ângulos. É classificado como paralelogramo quando tem dois pares de lados paralelos (retângulos, losangos, quadrados, etc.) e como trapézio quando tem apenas um par de lados paralelos.

Para usar em sala de aula

1) Criação de formas geométricas

Transformar a forma geométrica abaixo em outras formadas apenas por triângulos. Assim, os alunos podem criar pipas, casas, etc.



2) Criação de triângulos

Se o triângulo é o polígono de três lados, com três palitos de qualquer tamanho podemos criar um triângulo. Será? Deixe os alunos manipularem varetas de tamanhos diferentes para perceberem que só podemos criar triângulos quando o maior lado for menor que a soma dos outros dois lados. Essa é a chamada Condição de Existência de Triângulos. Por exemplo, não conseguimos formar um triângulo com as medidas de lados 3cm, 4cm e 9cm, porque 9 é maior que 3 + 4.

3) Classificação de polígonos

Oferecer diferentes triângulos e quadriláteros em cartolina colorida para que os alunos possam classificá-los. Primeiro, eles devem separar os triângulos dos quadriláteros, formando dois grupos: um com polígonos de três lados e outro com os de quatro lados. Depois, usando régua, transferidor e dobraduras de papel, os estudantes passam a classificar os triângulos quanto à medida de seus lados (escaleno, isósceles e equilátero) e quanto à medida de seus ângulos internos (acutângulo, retângulo e obtusângulo).

4) Propriedades do triângulo

Trabalhar com os alunos a propriedade de rigidez do triângulo, necessária às estruturas que precisam de estabilidade e, por isso, muito explorada por engenheiros, arquitetos, marceneiros, carpinteiros, etc. Peça que eles observem as diversas estruturas de forma triangular utilizadas para sustentar, por exemplo, viadutos, pontes, guindastes, telhados, portões e torres de alta tensão.

5) Montagem de polígonos

Pedir que montem diferentes polígonos, como triângulos, quadriláteros, pentágonos, hexágonos e outros, recortando pedaços de canudos de refrigerante e linha. De todas as figuras montadas, a única rígida é o triângulo, que não permite a mudança da medida de seus ângulos internos movendo-se os canudos.

6) Trabalho com obra de arte

Perceber a rigidez do triângulo no quadro abaixo, da artista Tarsila do Amaral (1886-1973).

Tarsila do Amaral, *A Gare,* 1925, óleo sobre tela. Fonte: livro *Tecendo Matemática com Arte (2)*

7) Reprodução de obra de arte

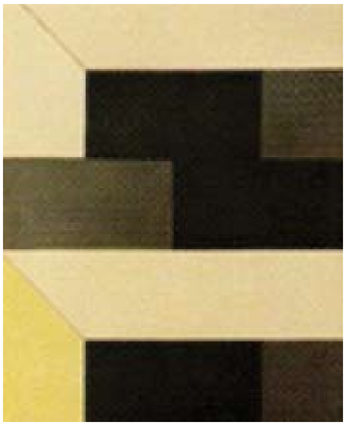
A partir da obra de Lygia Clark, pedir aos alunos que reproduzam o quadro e recortem cada quadrilátero que figura nele, obtendo, assim, um quebra-cabeça com 14 peças. Inicialmente, os estudantes podem classificar esses quadriláteros e, depois, utilizando o quebra-cabeça, montar:

a) Com duas dessas figuras, um quadrado;

b) Com duas dessas figuras, um paralelogramo;

c) Com duas dessas figuras, um trapézio;

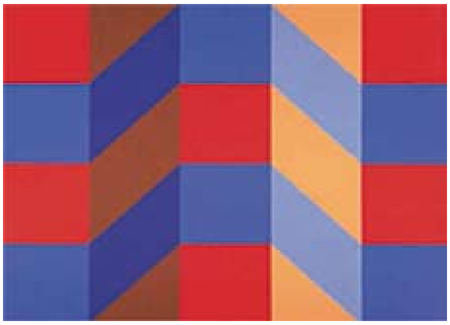
d) Com três dessas figuras, um retângulo.



Lygia Clark, *Plano em Superfície Modulada Nº 2,* 1956, tinta industrial sobre celotex, madeira e nulac. Fonte: livro *Tecendo Matemática com Arte (2)*

8) Observação de obra de arte

Observar a obra de Luiz Sacilotto, na qual, apenas utilizando triângulos, paralelogramos e quadrados, esse artista consegue gerar ilusões de profundidade na superfície plana da tela.



Luiz Sacilotto, *Concreção 9216,* 1992, têmpera acrílica sobre tela. Fonte: livro *Tecendo Matemática com Arte (2)*

9) Trabalho com livro

Trabalhar com o livro *As Três Partes*, de Edson Luiz Kozminski, que narra a história de uma casa formada por dois triângulos e um trapézio. A casa quer ser peixe, pássaro e até planta com vaso, menos uma casa somente. Outra sugestão é utilizar o Tangram – um quebra-cabeça formado por triângulos e quadriláteros.

Imagem do livro *As Três Partes*, de Edson Luiz Kozminski

Segundo Sacilotto, a obra de arte deveria ser puramente a visualidade da forma. Ele foi um dos precursores da Op Art no Brasil, ao criar pinturas que exploravam fenômenos óticos, em um jogo ambíguo com as formas.

Op Art ou arte ótica é um estilo que procura provocar ilusões de ótica.

A medida da fantasia

Perímetro e área

Alberto Jacob Filho

Explorar os conceitos de perímetro e de área significa trabalhar com o conceito de medida, ou seja, comparar grandezas de mesma natureza. Para isso, a escolha da unidade de medida é fundamental, assim como a distinção entre uma medida linear (perímetro) e uma medida de superfície (área).

Em nosso trabalho, não vamos utilizar a definição restritiva de perímetro como "soma da medida dos lados", que inviabiliza, por exemplo, calcular o perímetro de uma circunferência ou de uma curva qualquer. Perímetro deve ser definido como a medida do contorno de determinada figura ou de um espaço. E área, como o resultado da medição de uma superfície.

Conceitos-chave

Perímetro

Medida do contorno de determinada figura ou espaço.

Área

Resultado da medição de uma superfície.

Quilômetro quadrado

Área de um quadrado que possui um quilômetro de lado.

Hectare
Medida agrária que equivale a 10.000m^2.

Como trabalhar os conceitos de perímetro e área

Para obter o perímetro de uma figura, antes de usar o metro como instrumento de medição, os alunos utilizarão palitos de sorvete, barbante e outros materiais. No caso da área, é preciso, inicialmente, determinar áreas de superfícies traçadas em malha quadriculada, e só depois fazer esse cálculo por meio de medidas padronizadas (cm^2, m^2 e km^2).

Palitos de sorvete. Fonte: profcassinha.blogspot.com

É importante compreender que a medida da área de uma figura varia de acordo com a unidade de medida considerada e que deve haver uma unidade padronizada de medida. Para grandes áreas, utilizamos o quilômetro e o quilômetro quadrado. Na fixação do aprendizado, podem-se explorar, com os alunos, a área da cidade e do estado onde moram, a área do Brasil, etc. O mesmo trabalho pode ser feito com o hectare.

Também não se deve reduzir o estudo da área à dedução e à aplicação de fórmulas, como área do quadrado, do retângulo, do paralelogramo e do triângulo, mas chegar a elas a partir da observação das atividades com papel quadriculado e com recortes.

Como instrumentos para trabalhar os conceitos de perímetro e de área, sugerimos o papel quadriculado, obras de arte, palitos de sorvete, barbante, Geoplano, Tangram e outros quebra-cabeças.

Para usar em sala de aula

1) Comparação de perímetros

Comparar o perímetro de diferentes figuras usando palitos de sorvete e barbante.

2) Construção de figuras fechadas

Ainda com palitos ou canudos de mesmo tamanho, os alunos vão utilizar 12 deles para construir figuras fechadas. Isso vai levá-los a perceber que figuras diferentes podem ter o mesmo perímetro, mas não a mesma área. Imagine que as figuras criadas sejam dois retângulos: um, com lados de 4 palitos e de 2 palitos, e outro, com lados de 5 e de 1 palito. Deve-se incentivar o registro das diferentes respostas, em papel quadriculado, para permitir a visualização da área das figuras encontradas.

3) Trabalho com barbante

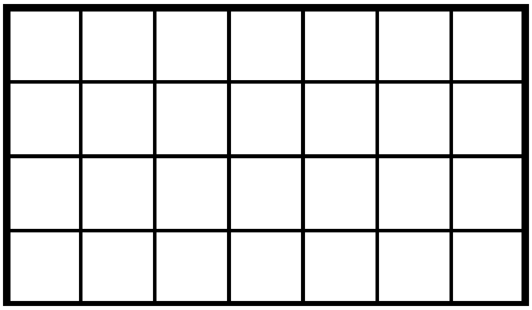
Um desdobramento da atividade anterior é cortar um pedaço de barbante cuja medida seja igual a 12 palitos alinhados. Com esse material, o professor pode sugerir novos desafios e propostas de investigações. A vantagem do barbante é possibilitar a construção de figuras não poligonais. Nesses casos, o perímetro é mantido, modificando-se o valor das áreas das figuras.

4) Trabalho com folha quadriculada

Com a folha quadriculada, utilizar um de seus lados como unidade de medida de comprimento e determinar o perímetro de diferentes figuras desenhadas nesse quadriculado. Comparar e descobrir qual a figura que tem o maior perímetro, o menor, e quais têm o mesmo perímetro.

5) Trabalho com retângulo R

A figura abaixo representa um retângulo R desenhado no papel quadriculado.



a) Considerar como unidade de medida o quadradinho do papel quadriculado para determinar a área desse retângulo;

b) Considerar como unidade de área um retângulo formado por 2 quadradinhos do papel quadriculado e determinar a área da figura R;

c) Considerar como unidade de área um quadrado formado por 4 quadradinhos do papel quadriculado e calcular a área da figura R. Nessa atividade, a intenção é mostrar que a área depende da unidade considerada.

6) Construção de figuras

Em uma folha de papel quadriculado ou no Geoplano, desenhar/construir:

a) Uma figura qualquer F de mesma área que o retângulo R da atividade anterior;

b) Um retângulo K de mesma área que o retângulo R;

c) Uma figura H cuja área corresponda à metade da área do retângulo R;

d) Uma figura de mesmo perímetro que o retângulo R, mas com área diferente;

e) Uma figura de área menor que a de R, mas de maior perímetro;

f) Um retângulo de mesma área que R, mas de maior perímetro;

g) Um retângulo de mesmo perímetro que R, mas de área menor;

h) Um retângulo de área menor que R, mas de perímetro maior.

7) Construção de retângulos

Na malha quadriculada, cada quadradinho corresponde a uma unidade de área. Construir cinco retângulos diferentes com área igual a 36 unidades. Calcular o perímetro de cada um deles, usando como unidade de comprimento o lado de um quadrado da folha quadriculada.

8) Construção de figuras

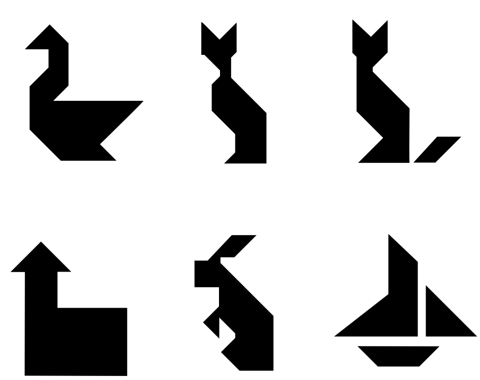
a) Com 12 unidades de perímetro e 6 de área;

b) Com 8 unidades de perímetro e 4 de área;

c) Com 12 unidades de perímetro e 5 de área.

9) Observação de figuras

Observar os exemplos a seguir, criados com o Tangram. Todos têm a mesma área, já que foram construídas com as mesmas 7 peças, mas seus perímetros são diferentes. Além disso, existe uma relação de proporcionalidade entre as peças. Se tomarmos o triângulo pequeno como unidade de medida de área, veremos que o quadrado, o paralelogramo e o triângulo médio possuem área igual a dois triângulos pequenos; portanto, possuem a mesma área. O triângulo grande tem área igual a quatro triângulos pequenos, e o Tangram, igual a 16 triângulos pequenos, a mesma área de todas as figuras formadas pelas 7 peças. Depois de assimilar esses conceitos, os alunos devem criar outras figuras, lembrando que não se pode sobrepor as peças do quebra-cabeças.



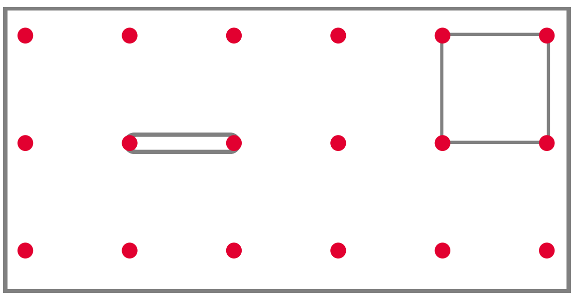
Figuras criadas com a utilização do Tangram

10) Desafio

No exercício nº9, se considerarmos, como unidade de medida, o triângulo médio, qual será a área de cada peça do Tangram?

11) Geoplano

Trabalhar com o Geoplano, tomando o lado do quadrado da malha como unidade de comprimento e a área desse quadrado como unidade de área. Construir figuras diferentes com área 16 e encontrar o perímetro de cada uma delas.



Geoplano

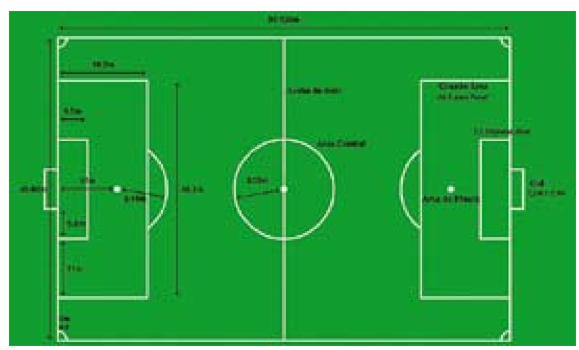
A partir desse ponto, passa-se a usar nos exercícios malhas com quadrados de 1cm de lado para depois associá-los ao centímetro quadrado. Dessa forma, deixa-se de utilizar o quadrado como unidade de superfície, substituindo-o pelo centímetro quadrado.

12) Construção com jornal

Construir com os alunos o centímetro e o metro, depois, o centímetro quadrado (um quadrado de 1cm de lado) e o metro quadrado (um quadrado com 1m de lado), usando um jornal. Esse quadrado pode ser comparado ao chão da sala, verificando quantas unidades "daquele" metro quadrado construído por eles cabem na sala.

13) Cálculo de medidas

Propor aos alunos problemas reais que utilizem essas medidas, como calcular a quantidade de moldura necessária para um quadro; de metros quadrados de piso para o quarto; de alambrado para cercar um terreno; a área de um campo de futebol, etc. Também pode-se trabalhar com plantas de apartamentos que aparecem nos classificados de jornais ou em fôlderes distribuídos para divulgar o lançamento de um empreendimento imobiliário.



Campo de futebol. Fonte: Wikicommons

O tempo não para

Medidas de tempo

Alberto Jacob Filho

Falar sobre tempo não é tarefa fácil. Há o tempo cronológico, o tempo social (vivido), o tempo histórico, o tempo de plantar e colher, o tempo na pintura... A dificuldade pode também estar relacionada ao fato de que o tempo não pode ser observado diretamente como propriedade dos objetos.

É importante, então, trabalhar com os alunos o antes e o depois; a noção de presente, de passado e de futuro; a memória; os diferentes instrumentos de tempo – relógio de sol, ampulheta, clepsidra, relógio analógico e digital; explorar a passagem do tempo por meio de imagens e também do segundo, do minuto, da hora, da semana, do mês, do semestre, do ano, do século; estudar o calendário, a duração de eventos ou de acontecimentos, etc. A percepção da duração de cada intervalo de tempo é um aspecto importante no desenvolvimento do conceito de tempo.

Conceitos-chave

Calendário gregoriano

Promulgado pelo Papa Gregório XIII, em 1582, em substituição ao calendário juliano, hoje é utilizado pela maior parte dos países, especialmente os ocidentais. Especialistas levaram cinco anos fazendo cálculos e ajustes para se chegar ao novo calendário, que é mais preciso do que o anterior.

JANEIRO						
s	t	q	q	s	s	d
				1	2	3
4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17
18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31

Calendário

Em nosso calendário, chamado gregoriano, os anos comuns têm 365 dias e os bissextos, 366 dias. O dia extra, 29 de fevereiro, ocorre a cada 4 anos porque, na realidade, a Terra leva aproximadamente 365 dias e 6 horas para completar uma volta ao redor do Sol. Portanto, um calendário fixo de 365 dias apresenta um erro de aproximadamente 6 horas por ano, equivalente a 1 dia a cada 4 anos.

Clepsidra

Dispositivo à água que funciona por gravidade, com base no mesmo princípio da ampulheta. Foi um dos primeiros sistemas criados para a medição do tempo e também é chamado de relógio de água.

Clepsidra. Fonte: dentesdotempo.blogspot.com

Ampulheta

Conhecida como relógio de areia, é constituída por dois recipientes cônicos transparentes que se comunicam por meio de um pequeno orifício pelo qual passa uma quantidade determinada de areia. Em tese, essa areia leva sempre o mesmo tempo para passar totalmente de um recipiente para o outro.

Ampulheta. Fonte: alexandre-bersot.blogspot.com

Relógio de pêndulo

Mecanismo para medida do tempo baseado na regularidade da oscilação de um pêndulo.

Relógio de pêndulo. Fonte: coimbrah-colecoes.blogspot.com

Relógio de sol

Mede a passagem do tempo pela observação da posição do Sol. Os tipos mais comuns são formados por uma superfície plana, que serve como mostrador, na qual estão marcadas as linhas que indicam as horas, e por um pino (ou gnômon), cuja sombra projetada sobre o mostrador funciona como um ponteiro de horas em um relógio comum.

Relógio de sol. Fonte:ensinofisicaquimica.blogspot.com

Relógio de vela

Bastante usado nas cortes europeias, consistia em uma vela normal demarcada com uma escala horária. Servia, também, para a iluminação.

Antigamente, os **relógios de bolso** eram símbolo da alta aristocracia. Alguns historiadores atribuem a Santos Dumont a invenção dos **relógios de pulso.** Conta-se que, em 1904, durante um voo com o joalheiro Louis Cartier, o aviador brasileiro comentou que não poderia controlar o tempo da viagem tendo que olhar o relógio de bolso enquanto pilotava. Cartier pediu, então, ao mestre relojoeiro Edmond Jaeger que desenvolvesse um protótipo do que viria a ser o primeiro relógio de pulso.

Para usar em sala de aula

1) Álbum de fotografias

Trabalhar com linhas do tempo, usando, inicialmente, um álbum de fotografia dos alunos. A partir dele, construir a linha do tempo da vida de cada um.

A utilização de fotografias como documento histórico e como uma das marcas do tempo é muito rica. Com elas, é possível definir os estilos de épocas, as condições sociais e a história da sociedade e de cada um em particular.

2) Conceito matemático

Trabalhar com outras linhas do tempo, por exemplo, com a história de um conceito matemático.

3) Calendário

Explorar o calendário: para planejar o tempo, para contar os anos de existência e para demarcar fatos relevantes.

4) Instrumentos de medida do tempo

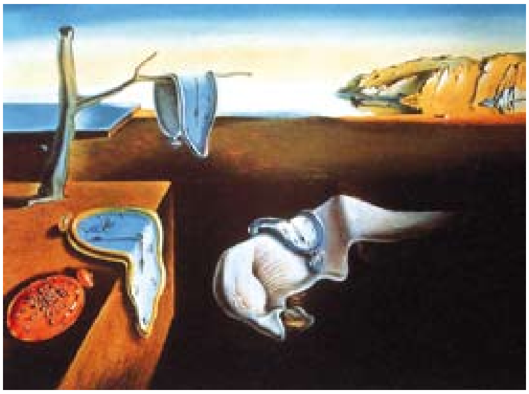
Explorar diferentes instrumentos utilizados para medir o tempo. É importante que o aluno perceba o processo de construção de instrumentos de medida de tempo cada vez mais precisos.

5) Criação de instrumentos de medida

Criar alguns instrumentos como, por exemplo, uma ampulheta feita com garrafas PET ou um relógio de sol.

6) Obras de arte

Trabalhar com obras de artistas que utilizaram diferentes instrumentos de medição do tempo, como o espanhol Salvador Dalí. Questionar por que ele pintava relógios derretidos.



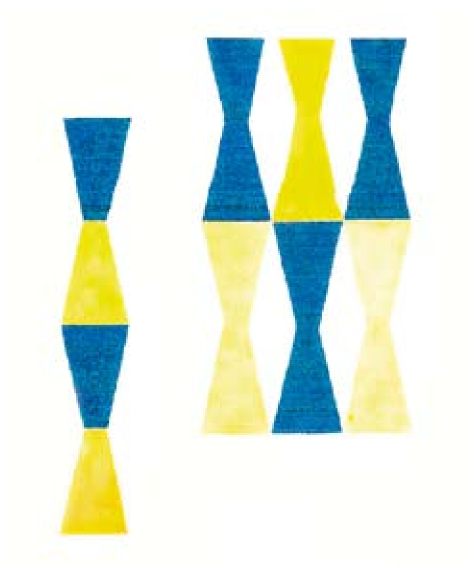
Salvador Dalí, *Persistência da Memória*, 1931, óleo sobre tela. Fonte: livro *Tecendo Matemática com Arte (2)*

Salvador Dalí, *Perfil do Tempo*, 1977, bronze. Fonte: livro *Fazendo Arte com a Matemática (1)*

Nas telas, Salvador Dalí (1904-1989) expressa a ideia de um tempo infinito. Os relógios amolecidos contrastam com a racionalidade humana de controlar o tempo e registrar a memória.

7) Conceito de século

Abaixo, a obra *Ampulhetas*, de Alfredo Volpi (1896-1988). A partir dela, pode-se, explorar o conceito de século. Em que século nasceu Dalí? E Volpi? É possível ainda criar uma linha do tempo do período de vida desses artistas.



Alfredo Volpi, *Ampulhetas*, meados da década de 1950, têmpera sobre tela. Fonte: livro *Tecendo Matemática com Arte (2)*

Desafio aos alunos!

Redigir um texto com o tema: Como seria a vida se não tivéssemos o relógio e outros instrumentos de medição do tempo?

A multiplicação dos sanduíches

Multiplicação de números naturais

Alberto Jacob Filho

Quando pensamos em multiplicação, imaginamos uma adição de parcelas iguais, o que é apenas um dos aspectos ligados a essa operação matemática. Há diferentes ideias e situações que envolvem a multiplicação e que deverão ser exploradas com os alunos.

Se trabalharmos apenas a adição de parcelas iguais, como explicar a multiplicação entre dois números decimais, por exemplo, 0,7 x 6,4? Para que possamos estudar adequadamente a multiplicação, devemos começar, desde cedo, a falar nas ideias de representação retangular, proporcionalidade e raciocínio combinatório. São essas ideias que representam um suporte significativo para a compreensão dos procedimentos de cálculo e para a resolução de problemas.

Conceitos-chave

Adição de parcelas iguais

Permite que, mesmo sem saber multiplicar, seja possível resolver um problema do tipo "Uma caixa de lápis de cor contém 7 lápis. Quantos lápis há em 3 caixas iguais a essa?". Basta efetuar 7 + 7 + 7 = 21, ou seja, adicionar parcelas iguais.

No produto 3x7, temos:

$$3 \times 7 =$$

(multiplicador) (multiplicando)

$$7 + 7 + 7 = 21$$

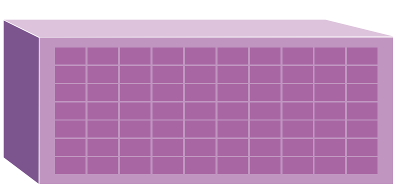
(3 vezes) (produto)

O multiplicador indica o número de vezes que o multiplicando será adicionado. Assim, a multiplicação pode ser considerada como uma maneira abreviada de indicar a adição de parcelas iguais. Essa ideia aparece em várias situações, como, por exemplo, na organização retangular, que auxilia, também, na construção da tabuada.

Organização ou representação retangular

É a ideia de organização no espaço, linha/coluna. A organização retangular equivale a um modelo geométrico, e é utilizada para determinar o número total de elementos dispostos em forma retangular, ou seja, arrumados em filas e colunas. Ao trabalhar com essa ideia, é interessante utilizar papel quadriculado.

Ex.: Quantas gavetas há no armário abaixo?



Como há 7 fileiras de gavetas e em cada fileira temos 10 gavetas, o total é: $7 \times 10 = 70$ gavetas.

Proporcionalidade

Com ela, percebe-se a regularidade entre elementos de uma tabela.

Ex. 1: Se um pacote tem 5 figurinhas, então 2 pacotes têm 10 ($2 \times 5 = 10$), 3 pacotes têm 15 ($3 \times 5 = 15$), e assim por diante.

Ex. 2: Se 100g de queijo custam R$ 3, 200g vão custar duas vezes três, ou seja, R$ 6.

100g = R$ 3

200g = 2 x R$ 3 = R$ 6

Nesse cálculo, foi usada a ideia da proporcionalidade. Observe que, quando dobrou a quantidade de queijo, dobrou o preço a ser pago. Tudo de forma proporcional.

A proporcionalidade é uma ideia muito importante na Matemática e também muito utilizada em outras áreas, como a Física e a Química.

Combinatória

Para compreender esse conceito, partiremos do seguinte exercício: “Uma menina tem 3 saias e 5 blusas. De quantas maneiras diferentes ela pode se vestir combinando essas peças de roupa?”.

Nesse caso, quando combinados dois tipos de objetos (saia e blusa), usa-se a multiplicação para obter o total de possibilidades. No exemplo acima, o total de vestimentas diferentes é 3 (saias) x 5 (blusas) = 15 (vestimentas), porque cada saia pode ser combinada com 5 blusas, o que gera 15 combinações diferentes.

Observe este outro exemplo:

“Os sanduíches da Padaria Regência são famosos no bairro. O freguês pode escolher entre 3 tipos de pão: forma, francês ou italiano.

Para o recheio, há 4 opções: salame, queijo, presunto ou mortadela. Quantos tipos diferentes de sanduíche a padaria oferece?”

À primeira vista, pode-se até não perceber que se trata de uma situação que envolve a multiplicação. Veja, abaixo, como o problema pode ser resolvido, utilizando-se, por exemplo, uma tabela de dupla entrada.

	salame	queijo	presunto	mortadela
pão de forma	pão de forma com salame	pão de forma com queijo	pão de forma com presunto	pão de forma com mortadela
pão francês	pão francês com salame	pão francês com queijo	pão francês com presunto	pão francês com mortadela
pão italiano	pão italiano com salame	pão italiano com queijo	pão italiano com presunto	pão italiano com mortadela

Tabela de dupla entrada

Abaixo, uma opção para a resolução do problema, utilizando o esquema chamado *árvore das possibilidades*.

- pão de forma
  - pão de forma com salame
  - pão de forma com queijo
  - pão de forma com presunto
  - pão de forma com mortadela
- pão francês
  - pão francês com salame
  - pão francês com queijo
  - pão francês com presunto
  - pão francês com mortadela
- pão italiano
  - pão italiano com salame
  - pão italiano com queijo
  - pão italiano com presunto
  - pão italiano com mortadela

Árvore das possibilidades

Como vimos, tanto com a tabela de dupla entrada como com a árvore das possibilidades é possível obter a solução do problema: contamos os tipos de sanduíche e chegamos a 12. O que não se percebe ainda é o que o problema tem a ver com a multiplicação. Isso pode ser demonstrado com este raciocínio: para cada um dos tipos de pão, temos 4 tipos de recheio e, portanto, 4 sanduíches diferentes. Como são 3 tipos de pão, os sanduíches são 4 + 4 + 4, ou seja, 3 x 4 = 12.

Problemas desse tipo poderiam ser resolvidos sem a multiplicação. Mas já imaginou desenhar a árvore das possibilidades se fossem 8 os tipos de pão e 12 os recheios?

Propriedades da multiplicação

Fechamento

A multiplicação é fechada em N, pois o produto de dois números naturais ainda é um número natural. Como 3 e 5 são números naturais, o resultado de 3 x 5 é um número natural.

Comutativa

A ordem dos fatores não altera o produto.

15 x 3 = 3 x 15

Elemento neutro

O 1 é o elemento neutro da multiplicação, pois qualquer número natural multiplicado por 1 é esse próprio número natural.

6 x 1 = 1 x 6 = 6

Obs.: para ter elemento neutro, a operação precisa ser comutativa.

Associativa

Ex.: (2 x 3) x 6 = 2 x (3 x 6)

Distributiva em relação à adição e em relação à subtração

Ex.:

2 x (3 + 9) = 2 x 3 + 2 x 9

7 x (8 - 5) = 7 x 8 - 7 x 5

Essa propriedade auxilia nos cálculos.

Ex.:

2 x 53 = 2 x (50 + 3) = 100 + 6 = 106

Quando armamos a conta da forma convencional, aplicamos essa propriedade:

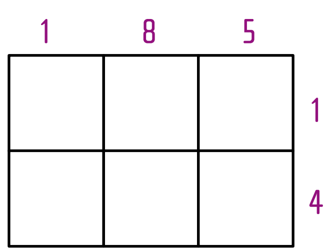
135 x 12 = 135 x (10 + 2)

```
  135
 x 12
 ----
  270  (resultado de 2 x 135)
 1350  (resultado de 10 x 135)
 ----
 1620
```

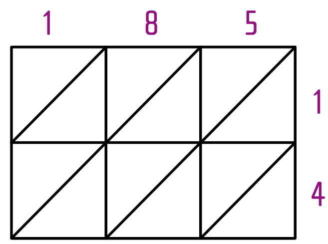
Gelosia ou Método da Grade

O algoritmo para multiplicar usado pelos hindus e que foi divulgado pelos árabes. Esse procedimento é chamado de Gelosia ou Método da Grade. Para compreender o processo, vamos apresentá-lo passo a passo, usando a multiplicação de 185 por 14.

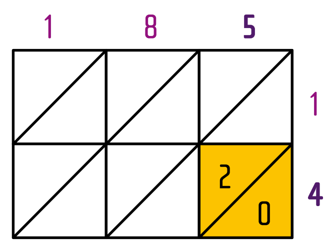
a) Desenhar um retângulo dividido em retângulos menores. Em nosso exemplo, temos 2 fileiras e 3 colunas de retângulos, porque 14 tem 2 algarismos e 185 tem 3 algarismos.



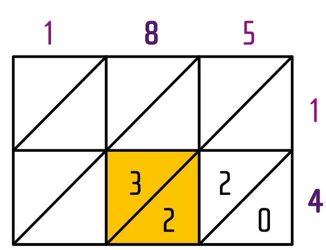
b) Traçar diagonais dos retângulos, como mostra a figura, obtendo esta grade.



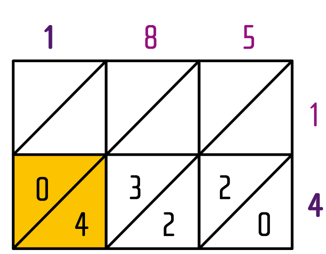
c) Multiplicar os algarismos de um fator pelos algarismos do outro fator e registrar os resultados na grade. Observar a maneira de fazer o registro.



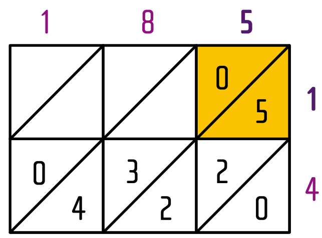
4 x 5 = 20



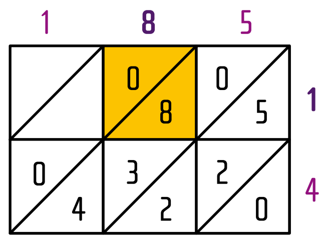
4 x 8 = 32



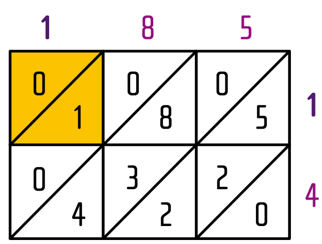
4 x 1 = 04



1 x 5 = 05

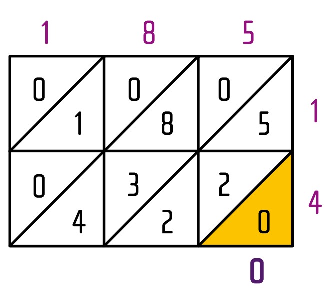


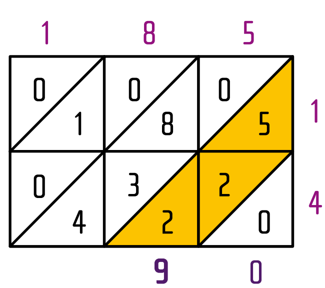
1 x 8 = 08

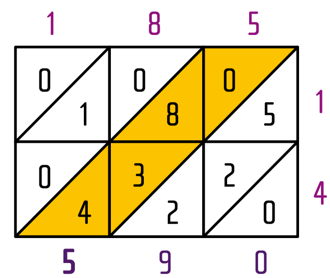


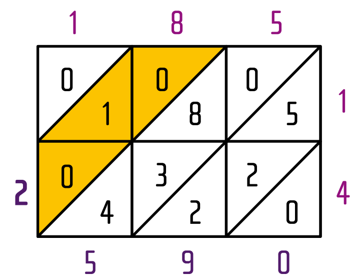
1 x 1 = 01

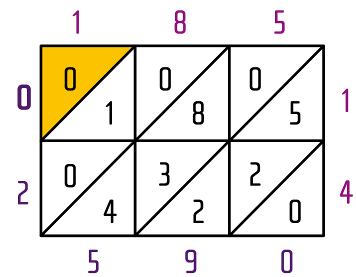
d) Somar os algarismos que estão em uma mesma faixa diagonal.





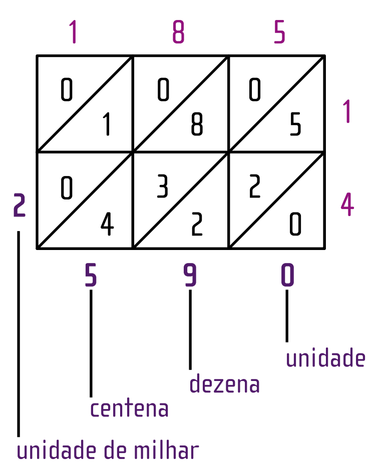






185 x 14 = 02590 = 2.590

Para compreender o funcionamento dessa técnica, fazer uma comparação com o nosso modo de multiplicar.



185	
x14	
20	4 x 5
320	4 x 80
400	4 x 100
50	10 x 5
800	10 x 8
1.000	10 x 100
2.590	

Tabuada

Deve ser construída e depois memorizada pelos alunos; não decorada. Para facilitar essa memorização, utilizamos muitos jogos e outros materiais. A memorização é importante porque garante a agilidade nos cálculos. Uma sugestão é explorar a tabuada do 9, utilizando as mãos.

Observações:

1) É importante trabalhar com o cálculo mental. Por exemplo:

a) Para resolvermos 3 x 19, podemos calcular mentalmente 3 x 20, que é igual a 60, e depois retirar 3, obtendo 57;

b) Em 5 x 29, fazemos 5 x 30 = 150, depois 150 - 5 = 145, logo, 5 x 29 = 145.

2) A decomposição de um número em centenas, dezenas e unidades é fundamental para o entendimento da utilização do algoritmo da multiplicação.

3) Para a compreensão do algoritmo da multiplicação, sugerimos a utilização do material dourado. Também é interessante usar o ábaco, a calculadora, etc.

Material dourado

Criado pela médica italiana Maria Montessori (1870-1952), é geralmente feito de peças em madeira, mas, na sua origem, era constituído de contas de plástico transparente, na cor dourada – daí seu nome. Excelente recurso para facilitar a compreensão do valor posicional e para o entendimento das operações fundamentais, é composto de quatro tipos de peças:

- cubinho: que equivale a 1 unidade;
- barra: que corresponde a 10 cubinhos e equivale a 10 unidades ou 1 dezena;
- placa: que corresponde a 100 cubinhos e equivale a 100 unidades ou 1 centena;
- cubo: que corresponde a 1.000 cubinhos e equivale a 1.000 unidades ou 1 milhar.

Material dourado. Fonte: brincandocomjogosmatematicos.blogspot.com

A horta fracionada

Frações


Alberto Jacob Filho

Historicamente, as frações surgiram da necessidade de representar quantidades menores que números inteiros. Antes delas, por exemplo, para marcar suas terras, o agricultor utilizava cordas, esticando-as, e, assim, era possível verificar quantas vezes aquela unidade de medida estava contida nos lados do terreno. Mas, raramente, o cálculo correspondia a um número inteiro, o que levou à criação das frações.

O importante no estudo de frações é evitar a memorização de definições e regras, sem a devida compreensão; mas trabalhar a partir de situações-problema. Para isso, os alunos vão utilizar material concreto como barbante, peças recortadas em plástico, madeira ou cartolina, etc. Ao montar quebra-cabeças, eles ampliam suas noções sobre frações muito mais rapidamente do que quando apenas pintam figuras de livros e resolvem exercícios sem significado.

Conceitos-chave

Ao trabalharmos com as frações, precisamos explorar as várias ideias associadas a esse conceito. São elas:

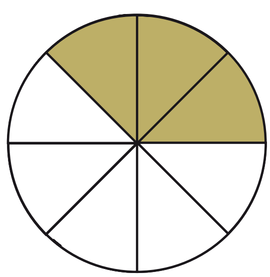
Relação parte-todo

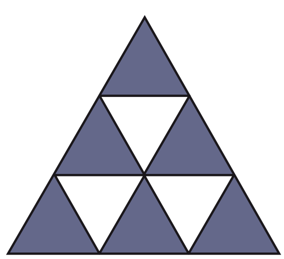
Relação entre um todo, uma unidade ou um inteiro dividido em partes iguais (todo contínuo) e a ideia de parte de um número (todo discreto – fração de quantidade).

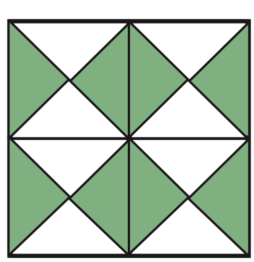
No caso da fração de quantidade, a repartição se dá por contagem de unidades. Já no todo contínuo, por decomposição em partes com a mesma medida.

No exemplo abaixo, vamos obter, como resposta, partes de um todo (todo contínuo).

Ao recortarmos 1/2 de um pedaço de barbante, vamos obter, como resposta, uma parte do todo. Ao separarmos 1/2 de 10 bolas, vamos obter, como resposta, um número: 5 bolas. Se em uma receita usarmos 1/3 de uma dúzia de ovos, isso corresponderá a 4 ovos (fração de quantidade).







Ex.:

Se Maria tem 12 balas e deu 2/3 delas a sua irmã, como calcular quantas balas Maria deu à irmã?

1/3 de 12 balas (12 : 3 = 4)

2/3 de 12 balas (2 x 4 = 8)

Logo, Maria deu 8 balas a sua irmã.

Razão

É uma outra ideia associada à fração.

Ex.:

a) Tenho 8 bolas; 5 delas são vermelhas. Isto é, 5 em 8 são vermelhas = 5/8.

b) Se 3 em cada 4 habitantes de uma cidade são adultos, 3/4 da população dessa cidade são de adultos.

Quociente

Representa o resultado da divisão de dois números. É importante relacionar a fração com a divisão principalmente para entender que 5/4 é uma fração maior que o inteiro e não confundi-la com 4/5. Essa ideia é bastante utilizada para relacionar fração ao número decimal correspondente.

Ex.:

1/2 = 1 dividido por 2 = 0,5.

Operador

É uma ideia trabalhada somente a partir do 5º ano do Ensino Fundamental.

Ex.:

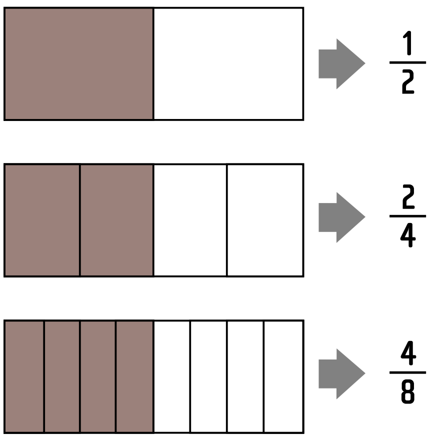
Qual número devo multiplicar por 5 para obter 2? Resposta: 2/5.

Frações equivalentes

Representam a mesma parte de uma mesma unidade.

Ex.:

a) Considerar uma barra de chocolate. Se a pessoa comer 1/2 da barra ou 2/4 ou 4/8, significa que está comendo a mesma quantidade de chocolate.



1/2 = 2/4 = 4/8

b) Dobrar uma folha ao meio. Pintar 1/2 de vermelho. Dobrá-la novamente ao meio. Que fração da folha está pintada de vermelho?

Dobrar mais uma vez a folha ao meio. Que fração está pintada de vermelho?

Observar que todas representam a mesma parte da folha.

1/2 = 2/4 = 4/8

> Para obtermos frações equivalentes a uma fração sugerida, multiplicamos ou dividimos o numerador e o denominador pelo mesmo número, diferente de zero.

Ao usar o conceito de equivalência, trabalhamos a comparação, a simplificação e as operações de adição e de subtração de frações.

Simplificação de frações

Corresponde à divisão de seus termos por um mesmo número diferente de zero. Quando uma fração não pode ser mais simplificada, dizemos que ela é irredutível.

Ex.:

12/36 = 6/18 = 3/9 = 1/3;

1/3 é uma fração irredutível.

Comparação de frações

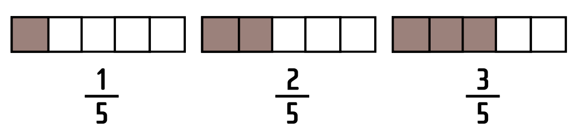
A comparação é sempre em relação à mesma unidade.

a) Denominadores iguais

Se duas frações possuem denominadores iguais, a maior fração é a que possui maior numerador.

Ex.:

2/5 › 1/5; 3/5 › 2/5



b) Numeradores iguais

Se os numeradores de duas frações forem iguais, a maior fração será aquela cujo denominador for menor.

Ex.:

O que representa mais quantidade de chocolate: 1/2 da barra ou 1/4 da mesma barra?

1/2, porque 1/2 › 1/4.

c) Numeradores e denominadores diferentes

Antes de comparar, é necessário obter frações equivalentes com mesmo denominador.

Ex.:

1/2 e 2/3

1/2 = 3/6

2/3 = 4/6

Como 4/6 › 3/6, temos 2/3 › 1/2.

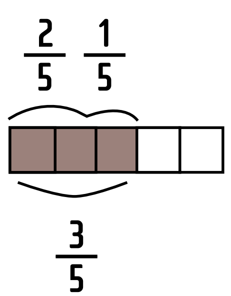
Adição e subtração de frações

a) Denominadores iguais

Para adicionar ou subtrair frações de mesmo denominador, basta adicionar ou subtrair os numeradores e repetir o denominador da fração.

Ex.:

2/5 + 1/5 = 3/5



$$\frac{2}{5} + \frac{1}{5} = \frac{3}{5}$$

b) Denominadores diferentes

Primeiro, devem-se achar as frações equivalentes com mesmo denominador, e só depois adicioná-las ou subtraí-las.

Ex.:

1/2 + 2/3 = 7/6, pois 1/2 = 3/6

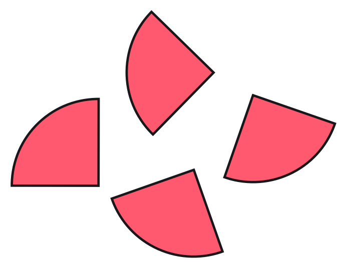
2/3 = 4/6 e 3/6 + 4/6 = 7/6

Para usar em sala de aula

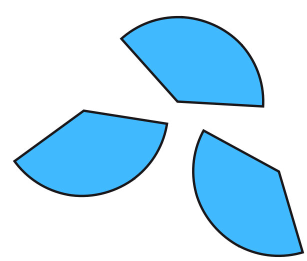
É possível trabalhar o conceito de fração utilizando-se recursos como peças feitas de cartolina, Tangram, origami e, também, de obras de arte.

1) Cartolina

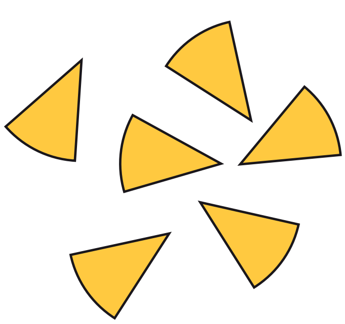
Depois de selecionar três cores, os alunos reúnem as peças de cada cor para formar 3 círculos:



Peças do círculo 1

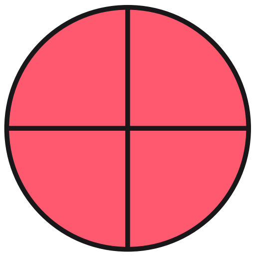


Peças do círculo 2

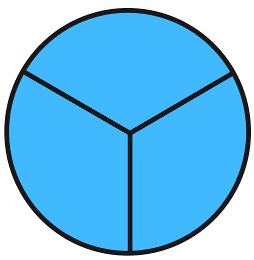


Peças do círculo 3

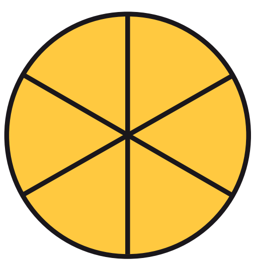
Portanto, cada peça é uma fração do círculo:



círculo 1

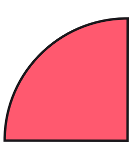


círculo 2

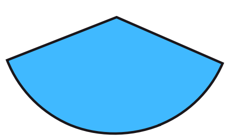


círculo 3

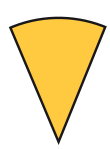
Ao manipular essas peças, eles podem resolver diversos exercícios, entre eles:



$\frac{1}{4}$



$\frac{1}{3}$



$\frac{1}{6}$

a) Qual a maior fração: $\frac{1}{4}$ ou $\frac{1}{3}$?

b) Qual a maior fração: $\frac{1}{3}$ ou $\frac{2}{6}$?

c) Quanto é $\frac{1}{3} + \frac{1}{6}$?

2) Tangram

a) Para recobrir o Tangram, necessitamos de 4 triângulos grandes. Que fração do Tangram o triângulo grande representa?

b) Para recobrir o Tangram, necessitamos de 8 triângulos médios. Que fração do Tangram o triângulo médio representa?

c) Para recobrir o Tangram, necessitamos de 16 triângulos pequenos. Que fração do Tangram o triângulo pequeno representa?

d) Para recobrir o quadrado, necessitamos de 2 triângulos pequenos. Que fração do Tangram o quadrado representa?

e) Para recobrir o paralelogramo, necessitamos de 2 triângulos pequenos. Que fração do Tangram o paralelogramo representa?

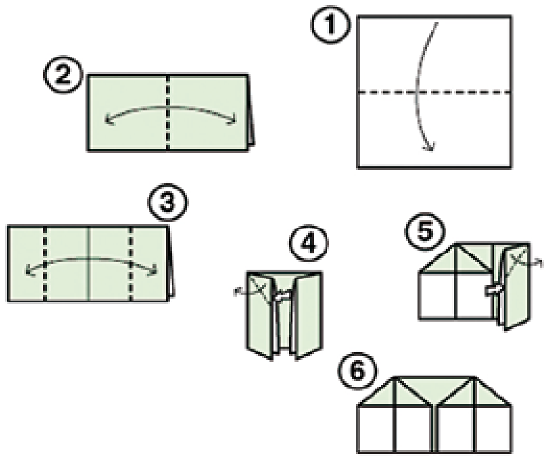
f) Pintar, de três maneiras diferentes, 1/2 do Tangram.

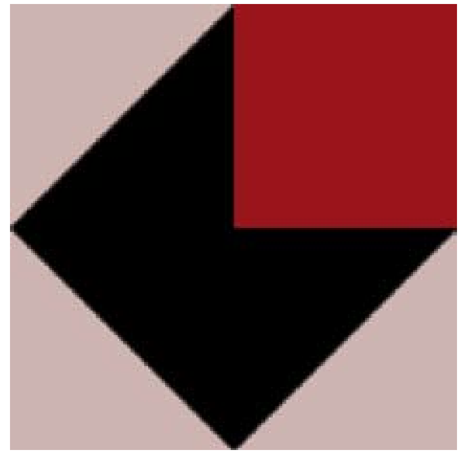
g) Montar uma casa com o quadrado e um triângulo pequeno do Tangram e depois escrever que fração do Tangram essa casa representa (soma de frações) 1/8 + 1/16 = 2/16 + 1/16 = 3/16.

h) Criar uma figura com as peças que não foram usadas na atividade anterior e responder que fração do Tangram essa figura representa (subtração de frações) 16/16 - 3/16 = 13/16.

Origami é a arte tradicional japonesa de criar representações de determinados seres ou objetos a partir de dobraduras de peças de papel, sem cortá-las ou colá-las.

3) Origami





Geraldo de Barros, *Composição,* 1983, montagem em laminado plástico. Fonte: livro *Descobrindo Matemática na Arte (3)*

Obs.: Perceber que, no passo 2, temos metade do quadrado que iniciou a dobradura e, no passo 4, metade da metade, isto é, um quarto do quadrado inicial. Observar, ainda, que no passo 3 aparece um retângulo dividido em 4 partes iguais. Cada uma dessas partes é 1/4 do retângulo e, consequentemente, 1/8 do quadrado inicial.

4) Obras de arte

Escolhemos o quadro *Composição*, de Geraldo de Barros (1923/1998). São quatro exercícios sugeridos, mas o professor pode propor outros mais.

a) O quadrado vermelho representa que fração do quadro?

b) Cada triângulo rosa representa que fração do quadro?

c) A figura em preto representa que fração do quadro?

d) Retirar do quadro o quadrado vermelho. A figura resultante representa que fração do quadro?

Decimais na reciclagem

Números decimais

Alberto Jacob Filho

Os números decimais são usados em inúmeras situações: no sistema monetário; quando verificamos o tempo e as distâncias percorridas nas competições esportivas; quando contamos os acertos em uma prova (por exemplo: as questões 1, 2 e 3 valem 0,4 e as demais questões, 0,8 cada); quando queremos indicar comprimento, área, temperatura, massa, capacidade, etc.

Os números escritos na forma decimal aparecem no dia a dia com frequência maior do que os representados na forma fracionária.

A relação entre números decimais e medidas é fundamental. Note que, quando medimos um comprimento, nem sempre obtemos um número inteiro. Por exemplo: 4,20m = 4 metros e 20 centímetros.

Antes de serem chamados de decimais, esses números eram conhecidos como números quebrados, porque os algarismos à direita da vírgula indicam partes ou uma fração da unidade.

É interessante que os alunos identifiquem os números decimais em diferentes contextos. Para as pesquisas, podem utilizar materiais como jornais, revistas, encartes de supermercado, folhetos de agência de turismo, receitas culinárias, rótulos de produtos, bulas de remédio, notas fiscais, contas de luz e de telefone, plantas de apartamentos, etc. É interessante, também, trabalhar com a régua, a fita métrica, a balança eletrônica e outros instrumentos que favorecem a construção da ideia de número decimal.

É comum encontrarmos números escritos de forma abreviada em jornais e textos diversos, para facilitar a nossa leitura. Aqui também aparecem os números decimais. Por exemplo, quando dizemos que em um país há 4,5 milhões de habitantes, isso significa: 4,5 x 1.000.000 = 4.500.000 habitantes.

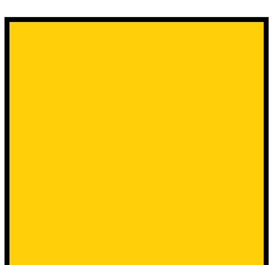
Conceitos-chave

Parte inteira

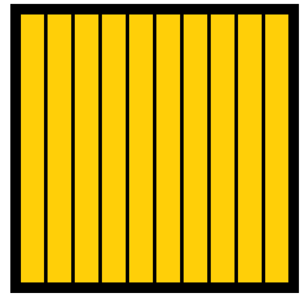
- unidade
- dezena
- centena

Parte decimal

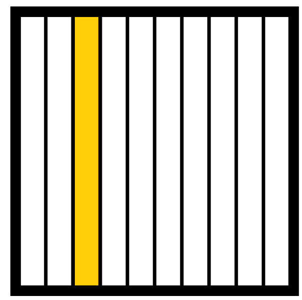
- décimo
- centésimo
- milésimo



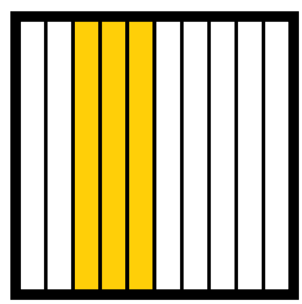
1 (um)



O quadrado dividido em 10 partes iguais.

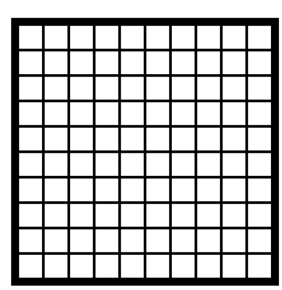


$\frac{1}{10}$ (um décimo)

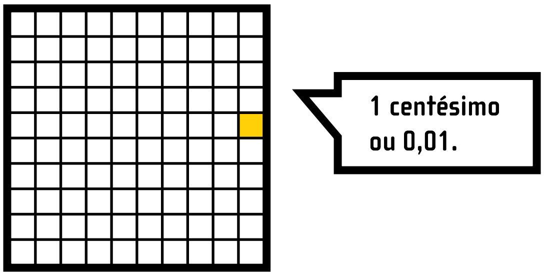


$\frac{3}{10}$ (três décimos)

O décimo é 10 vezes menor que a unidade.



O quadrado dividido em 100 partes iguais.



O quadradinho amarelo é 1 centésimo.

O centésimo é 10 vezes menor que o décimo e 100 vezes menor que a unidade.

O milésimo é 10 vezes menor que o centésimo, 100 vezes menor que o décimo e 1.000 vezes menor que a unidade.

Vale lembrar que:

- Nos termômetros, cada grau é subdividido em 10 partes iguais e cada parte corresponde a um décimo do grau.
- Os centésimos ganham mais significado quando associados ao metro e ao centímetro, já que 1 centímetro é a centésima parte do metro. Ou seja, quando dividimos o metro em 100 partes iguais, obtemos o centímetro (centi metro). É possível estabelecer uma relação também entre o real e o centavo, já que o centavo é a centésima parte do real. Portanto, 100 centavos formam 1 real.

  Ex.:

  R$ 8,30 = oito reais e trinta centésimos do real ou oito reais e trinta centavos.

- Os milésimos ganham mais significado quando associados ao quilograma e ao grama, já que o grama é a milésima parte do quilograma. Ou ainda quando associados ao quilômetro e ao metro, já que o metro é a milésima parte do quilômetro.

Fração decimal/número decimal

Frações decimais são aquelas em que o denominador é uma potência de 10.

Ex.:

7/10 (sete décimos)

35/100 (trinta e cinco centésimos)

8/1.000 (oito milésimos)

Cada número decimal está associado a sua fração decimal.

1,7 = 1 + 0,7 = 10/10 + 7/10 = 17/10

1,32 = 1 + 0,32 = 100/100 + 32/100 = 132/100

A cada fração decimal, temos a sua representação decimal (número decimal):

1 /10 = 0,1
(fração decimal) (número decimal)

15 /10 = 1,5
174 /100 = 1,74
35876/1000 = 35,876

Obs.: Sugerir aos alunos que usem a calculadora e observem os resultados de cada uma das divisões. Devem perceber, também, que a quantidade de algarismos da parte decimal é igual à quantidade de zeros do denominador na fração decimal.

Quando escrevemos os decimais, utilizamos a vírgula para separar a parte inteira da parte decimal. Em outros países, usa-se o ponto.

Leitura de números decimais

Existem diferentes formas de efetuar a leitura de um número decimal. Observe a leitura do número 5,42: cinco inteiros e quarenta e dois centésimos, ou quinhentos e quarenta e dois centésimos, ou cinco inteiros, quatro décimos e dois centésimos.

Vale lembrar que:

- Um número decimal não se altera quando acrescentamos (ou suprimimos) um ou mais zeros à direita das ordens decimais.

  Ex.:

  0,4 = 0,40 = 0,400

  Confira:

  0,4 = 0 unidades e 4 décimos

  0,40 = 0 unidades, 4 décimos e 0 centésimos

  0,400 = 0 unidades, 4 décimos, 0 centésimos e 0 milésimos.

  Podemos justificar isso também por meio de frações decimais equivalentes:

  0,4 = 4/10;
  0,40 = 40/100;
  0,400 = 400/1.000;
  e 4/10 = 40/100 = 400/1.000
  (frações equivalentes)

- Todo número natural pode ser escrito na forma decimal, bastando para isso colocar a vírgula após o último algarismo e acrescentar zero(s).

  Ex.:

  5 = 5,0 = 5,00

  5/1 = 50/10 = 500/100

  Obs.: Isso é muito importante para o momento das operações com decimais.

Comparação de decimais

É interessante que os alunos comecem comparando medidas de massa, de capacidade e outras, para ajudar o entendimento desse conceito. É fácil para os alunos perceberem, por exemplo, qual refrigerante tem maior capacidade: o de 1,5l, o de 2,5l ou o de 2,75l? Ou ainda qual a maior temperatura entre 35,5 °C e 37,2 °C.

Dessa forma, eles podem concluir que:

- Se as partes inteiras forem diferentes, basta verificar qual número tem a maior parte inteira.

  Ex.:

  18,3 > 16,764

- Se as partes inteiras forem iguais, passamos a comparar as partes decimais: os décimos, os centésimos, os milésimos, etc., nessa ordem.

  Ex.:

  0,23 > 0,21

  3,2 > 3,176

  0,5 > 0,005

Adição e subtração de decimais/ Multiplicação de decimal por um número natural

Para fazer cálculos com os decimais, usaremos o mesmo processo utilizado para operar os números naturais: somamos ou subtraímos centésimos com centésimos, décimos com décimos e, finalmente, unidades com unidades.

Ex.:

$$\begin{array}{r} 3{,}851 \\ +\ 1{,}044 \\ \hline 4{,}895 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 7{,}30 \\ +\ 5{,}24 \\ \hline 2{,}06 \end{array}$$

Obs.: É importante explorar situações que envolvem cálculos com o nosso dinheiro e com diferentes medidas. Assim, os alunos trabalharão de modo bem natural com as operações que envolvem números decimais.

Multiplicação e divisão de decimais por 10, 100, 1.000

A calculadora pode auxiliar os alunos na compreensão destes cálculos.

- 3,45 x 10
- 1,24 x 100
- 13,8 : 10
- 4,875 : 100

Observe os exemplos a seguir:

3,45 = 345/100
logo: 3,45 x 10 = 345/100 x 10
= 345/10 = 34,5

13,8 = 138/10
logo: 13,8 : 10 = 138/10 : 10
= 138/100 = 1,38

Percebemos, ainda, que, ao se multiplicar 10 x 2,1, pode-se pensar assim:

10 x 2 unidades resulta em 20 unidades ou 10 x 1 décimo resulta em 1 unidade, logo, 10 x 2,1 é 20 unidades mais 1 unidade, ou seja, 21.

Na prática, ao multiplicar um número decimal:

- Por 10, a vírgula desloca-se uma casa para a direita;
- Por 100, a vírgula desloca-se duas casas para a direita;
- Por 1.000, a vírgula desloca-se três casas para a direita.

Ao dividir um número decimal:

- Por 10, a vírgula desloca-se uma casa para a esquerda;
- Por 100, a vírgula desloca-se duas casas para a esquerda;
- Por 1.000, a vírgula desloca-se três casas para a esquerda.

Multiplicação de decimal por número natural

Ex.:

1,3 x 2 = 1,3 + 1,3 = 2,6
ou 1,3 x 2 = 13/10 x 2 = 26/10 = 2,6

Na prática, multiplicamos os números sem considerar a vírgula (13 x 2 = 26) e repetimos a mesma quantidade de casas decimais do número decimal.

Porcentagem

Toda fração de denominador 100 representa uma porcentagem, como diz o próprio nome ("por cem"). O símbolo % significa "por cento". Se repararmos à nossa volta, vamos perceber que esse símbolo (%) aparece com muita frequência na televisão, em jornais, em revistas, em anúncios de liquidação, etc.

A porcentagem também pode ser representada na forma de números decimais.

Ex.:

$$25\% = \frac{25}{100} = 0.25$$

$$7\% = \frac{7}{100} = 0.07$$

Cálculo:

10% de 300
10/100 x 300 = 3.010%
de 300 = 0,1 x 300 = 30

Mundo em gráficos

Tratamento da informação

Alberto Jacob Filho

Ao folhearmos um jornal, uma revista ou um livro didático, observamos a presença de uma grande quantidade de diferentes tipos de gráficos e tabelas. Saber manipular dados quantitativos, nos mais diversos campos – científico, profissional, político ou social –, é fundamental na formação de qualquer cidadão.

O tratamento da informação foi incluso no currículo do Ensino Fundamental como um bloco de conteúdo e deve ser tratado de maneira a proporcionar aos alunos a capacidade de buscar, selecionar, analisar e interpretar informações, prever situações e, acima de tudo, entender a relação dessas informações com o cotidiano.

"Estar alfabetizado supõe saber ler e interpretar dados apresentados de maneira organizada e construir representações, para formular e resolver problemas que impliquem o reconhecimento de dados e a análise de informações." (Parâmetros Curriculares Nacionais)

Conceitos-chave

Elementos de um gráfico

a) Título

Normalmente, em forma de frase curta e chamativa, para despertar o interesse do leitor.

b) Subtítulo ou texto explicativo

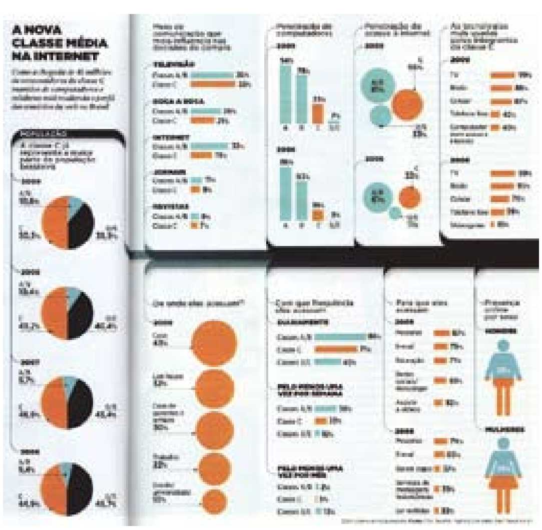
Essencial para a compreensão do gráfico. Nele, encontramos o assunto de que trata o gráfico, onde e quando foi feita a pesquisa e, muitas vezes, as unidades escolhidas para uma ou para as duas variáveis envolvidas.

c) Fonte

Identificação do órgão ou da instituição que fez a pesquisa de dados.

Tipos de gráficos

Cada um deles tem uma função específica. Basicamente, são três tipos: em barras, em linha ou segmentos e em setores.

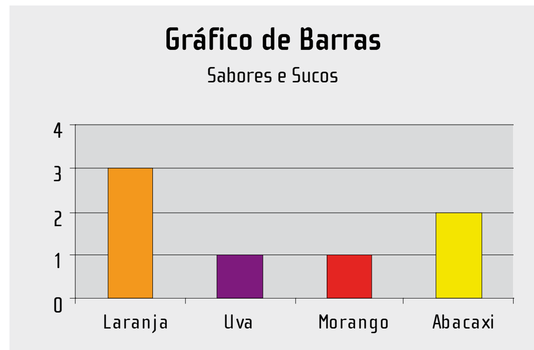


Exemplos de gráficos. Fonte: heliokopehisa.com.br

a) Gráfico de barras

Em barras verticais ou horizontais, é utilizado, geralmente, quando os dados da pesquisa são discretos.

Ex.: O número de livros lidos em 1 ano, o esporte predileto, o mês de aniversário de cada aluno, os times de futebol preferidos da turma, etc. O gráfico de barras é composto por retângulos dispostos verticalmente (em colunas) ou horizontalmente (em barras) e começa a ser trabalhado desde o primeiro ano do Ensino Fundamental.



O **gráfico de barras múltiplas** apresenta uma comparação entre duas ou mais informações que variam no decorrer de um período. Para isso, são usadas barras com cores diferentes.

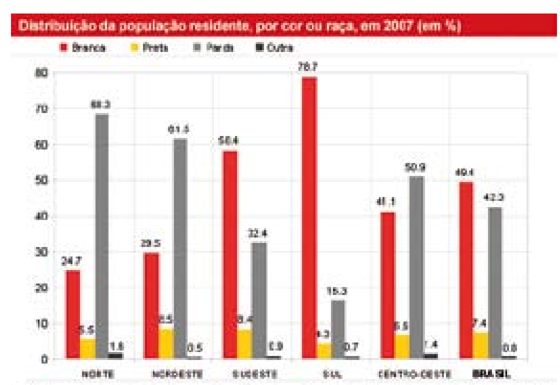
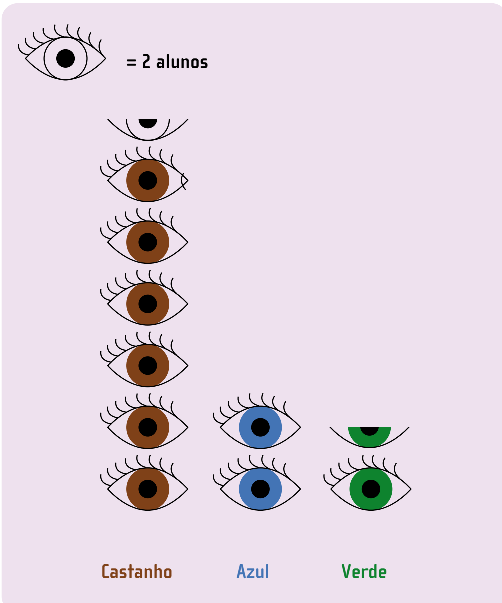
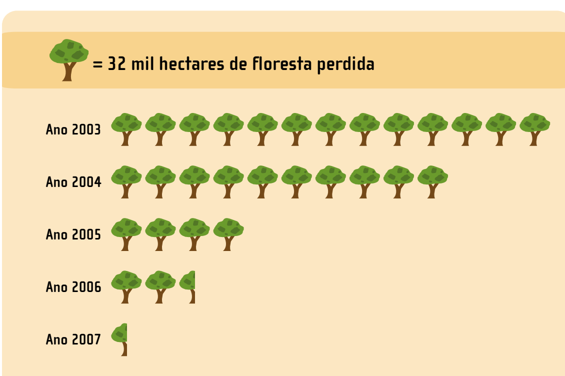


Gráfico de barras múltiplas

Os gráficos em barras múltiplas também são usados quando queremos separar as respostas dadas durante uma pesquisa por sexo.

O **pictograma** ou **gráfico pictórico** é uma variação do gráfico de barras no qual os retângulos são substituídos por desenhos ou figuras relacionados ao tema da pesquisa. Esse tipo de gráfico é muito usado nos meios de comunicação.



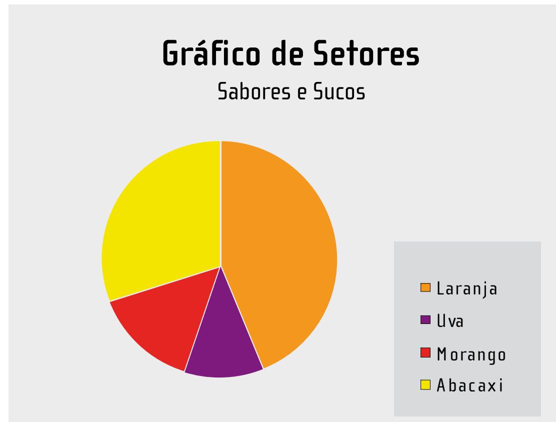


Exemplos de pictogramas ou gráficos pictóricos

Os pictogramas não são muito precisos e, por isso, pouco utilizados pelos especialistas. Mas têm a vantagem de serem facilmente visualizados e interpretados.

b) Gráfico de setores

Conhecido popularmente como **gráfico de pizza**, tem o formato circular e os dados representados por setores (fatias) do círculo. O objetivo é mostrar o todo da população investigada: o círculo corresponde a 100% dos dados da pesquisa, e cada categoria pesquisada corresponde percentualmente a uma parte do círculo.



Esse tipo de gráfico é normalmente utilizado quando queremos uma visão do todo que está sendo pesquisado e das partes desse todo. O gráfico de setores comunica, de forma bem clara e concisa, as preferências ou as escolhas de uma população, demonstrando os percentuais de votos. Por isso, é bastante adequado quando os dados são classificados em poucas categorias. Costuma ser utilizado quando há poucos intervalos e torna-se especialmente útil para se estabelecerem comparações.

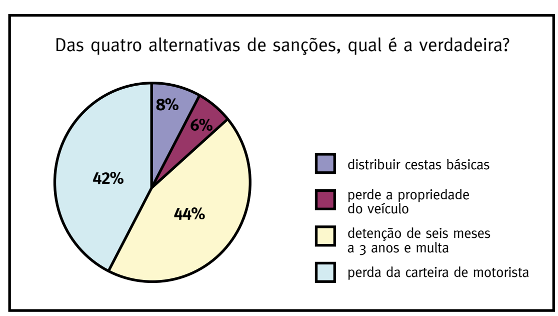


Gráfico de setor

Atenção:

Observe que todo gráfico de barras simples pode ser representado também em setores.

c) Gráfico de linha ou de segmentos

Possui uma função bem definida, sendo utilizado quando desejamos acompanhar a variação de uma quantidade ao longo de um período de tempo.

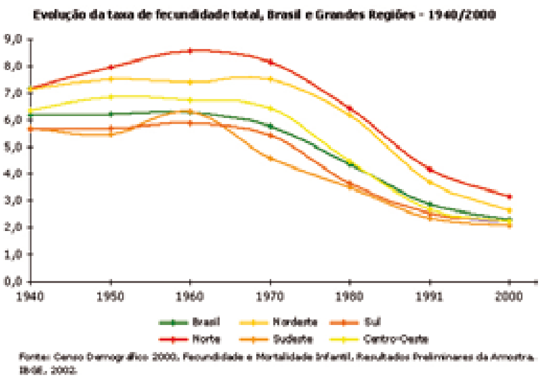


Gráfico de linhas

Ex.: Verificar a variação da temperatura média em uma cidade durante uma semana, o crescimento de uma planta em um período de tempo, o acompanhamento da mortalidade infantil ou da taxa de desemprego e muitas outras informações que são monitoradas ao longo do tempo, para que se possa verificar tendência de aumento ou de diminuição.

Para usar em sala de aula

1) Coleta de dados

Coletar dados durante uma pesquisa; organizar essas informações em uma tabela; construir, a partir desses dados, diferentes tipos de gráficos; e, finalmente, ler e interpretar os gráficos construídos. No final, construir gráficos com base em informações de textos jornalísticos e científicos e produzir um texto com as conclusões obtidas na análise dos gráficos.

2) Utilização de gráficos

Utilizar um gráfico pronto retirado de jornais, de revistas ou de livros didáticos sobre os mais diversos assuntos e, por meio de várias perguntas, ajudar o aluno na análise e na interpretação do mesmo.

É importante escolher adequadamente o tipo de gráfico e as informações que deve conter para comunicar o que se deseja. Esse tipo de atividade favorece a integração com diferentes áreas do conhecimento. Em História, Geografia, Ciências e Educação Física, há muitas oportunidades de trabalhar coleta e organização de dados e informações.

3) Trabalho com dobraduras

Utilizar dobraduras de papel para representar frações em um gráfico de setores. Exercício: Em uma escola com 360 alunos, perguntou-se quais os calçados mais usados pelas crianças, e o resultado apontou que a metade usa tênis; a quarta parte usa sapatos; a oitava parte usa sandálias; e os demais usam qualquer tipo de sapato.

Para construir o gráfico de setores, foi sugerido que os alunos recortassem um círculo desenhado com o compasso ou utilizassem o contorno de um objeto circular. Depois, poderiam representar as frações trabalhando dobraduras com o círculo de papel. Cada "fatia" do círculo ganharia uma cor diferente e, ao final do trabalho, cada um escreveria uma legenda sobre seu gráfico. O professor pode, nessa atividade, associar frações e porcentagem.

(Adaptado do livro *Tratamento da Informação*, Projeto Fundão.)

Bibliografia

ALMEIDA, Rosangela. *Cartografia Escolar*. São Paulo: Contexto, 2007.

_________. *Do Desenho ao Mapa: Iniciação Cartográfica na Escola*. São Paulo: Contexto, 2003.

BRASIL. *Parâmetros Curriculares Nacionais – Arte*. Brasília: MEC, 1996.

_________. *Parâmetros Curriculares Nacionais – Matemática*. Brasília: MEC, 1996.

FAINGUELERNT, Estela K., NUNES, Kátia R. A. *Fazendo Arte com a Matemática*. Porto Alegre: Artmed, 2006.

_________. *Tecendo Matemática com Arte*. Porto Alegre: Artmed, 2009.

IMENES, Luiz, LELLIS, Marcelo, JAKUBOVIC, José. *Frações e Números Decimais*. São Paulo: Atual, 1993.

LOPES, Maria Laura. *Tratamento da Informação – Explorando Dados Estatísticos e Noções de Probabilidade*. Rio de Janeiro: Projeto Fundão/UFRJ/Capes, 1997.

MOREIRA, Eliane. *Matemática e Origami: Trabalhando Frações*. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2007.

NASSER, Lílian, LOPES, Maria Laura. *Geometria na Era da Imagem e do Movimento*. Rio de Janeiro: Projeto Fundão, 1997.

NUNES, Terezinha, BRYANT, Peter. *Crianças Fazendo Matemática*. Porto Alegre: Artmed, 1997.

OCHI, Fusako H. et al. *O Uso de Quadriculados no Ensino da Geometria*. São Paulo: CAEM/IME-USP, 1997.

RAMOS, Luzia. *Frações sem Mistério*. São Paulo: Ática, 2006.

ROSA, Nereide S. S. *Alfredo Volpi*. São Paulo: Moderna, 2000.

SIMIELLI, Maria Helena R. *Primeiros Mapas: Como Entender e Construir* (4 vol.). São Paulo: Ática, 1993.

SMOOTHEY, Marion. *Atividades e Jogos com Escalas*. Trad: Sérgio Quadros. São Paulo: Moderna, 1997.

___________. *Atividades e Jogos com Gráficos*. São Paulo: Scipione, 1997.

___________. *Atividades e Jogos com Razão e Proporção*. Trad.: Antônio Brolezzi. São Paulo: Moderna, 1998.

SOUZA, E. R. et al. *A Matemática das Sete Peças do Tangram*. São Paulo: CAEM/IME-USP, 1995.

SPBC, *Ciência Hoje na Escola – v. 8 – Matemática – Por quê e Para quê*. São Paulo: Ciência Hoje/Global, 2003.

STIENECKER, David. *Multiplicação – Problemas, Jogos e Enigmas*. São Paulo: Moderna, 1998.

__________. *Frações – Problemas, Jogos e Enigmas*. São Paulo: Moderna, 1998.

TINOCO, Lúcia. *Razões e Proporções*. Rio de Janeiro: IM/UFRJ, SPEC/PADCT/Capes, 1997.

TOLEDO, Marília, TOLEDO, Mauro. *Didática da Matemática – Como Dois e Dois – A Construção da Matemática*. São Paulo: FTD, 1997.

VENTRELLA, Roseli, BORTOLOZZO, Silvia. *Frans Krajcberg: Arte e Meio Ambiente*. São Paulo: Moderna, 2006.

Referência de site

http://sem.space.org.pt/16fb.pdf

Conselho Editorial
Denise das Chagas Leite
Marília Scofano de Souza Aguiar
Norma Braga

Consultoria
Katia Nunes, professora e Mestre
em Educação Matemática

Gerência do Projeto Adoro Problemas
Hilda Freire de Oliveira

Edição de Texto
Regina Protasio

Assessoria
Bete Nogueira

Revisão
Jorge Eduardo Machado
Raquel Pinheiro Loureiro

Pesquisa de Imagens
Carolina Bessa
Fábio Aranha
Fernanda Lopes Torres
Joanna Miranda

Gerência de Artes Gráficas
Ana Cristina Lemos

Projeto Gráfico
Aloysio Neves

Editoração
Bárbara Melo

Produção Gráfica
Vivian Ribeiro

Impressão:
Ediouro Gráfica e Editora Ltda.

Tiragem:
5.600 exemplares

Dezembro 2010

MULTIRIO - Empresa Municipal de Multimeios Ltda.
Largo dos Leões, 15 • Humaitá • Rio de Janeiro/RJ • Brasil • CEP 22260-210
Tel.: (21) 2976-9432 • Fax: (21) 2535-4424
www.multirio.rj.gov.br • ouvidoria.multirio@rio.rj.gov.br